

# ДИПЛОМНА РАБОТА

на тема:

ВЪЗМОЖНИ ПРОМЕНИ  
В ГИМНАЗИАЛНИЯ КУРС  
НА ОБУЧЕНИЕ ПО МАТЕМАТИКА  
НА БАЗА СЪПОСТАВКА  
С ДЪРЖАВНИЯ ЗРЕЛОСТЕН ИЗПИТ

Изготвила: Надежда Андреева Аплакова  
**ФН: M24898**

**Магистърска програма:**

Технологии за обучение по математика и информатика  
Факултет по математика и информатика  
Софийски университет "Св. Климент Охридски"

дата: 22.10.2017г.

Дипломен ръководител: доц. д-р Таня Тонова

---

## Из “Конституция на Република България”:

### Чл. 23:

Държавата създава условия за свободно развитие на науката, образованието и изкуствата и ги подпомага. Тя се грижи за опазване на националното историческо и културно наследство.

### Чл. 53:

- (1) Всеки има право на образование.
- (2) Училищното обучение до 16-годишна възраст е задължително.
- (3) Основното и средното образование в държавните и общинските училища е безплатно. При определени от закона условия образованието във висшите държавни училища е безплатно.
- (4) Висшите училища се ползват с академична автономия.
- (5) Граждани и организации могат да създават училища при условия и по ред, определени със закон. Обучението в тях трябва да съответства на държавните изисквания.
- (6) Държавата насърчава образованието, като създава и финансира училища, подпомага способни ученици и студенти, създава условия за професионално обучение и преквалификация. Тя упражнява контрол върху всички видове и степени училища.

# Съдържание

<b>1</b>	<b>Резюме</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Въведение</b>	<b>6</b>
2.1	Обучението в други държави . . . . .	6
2.1.1	В Англия . . . . .	6
2.1.2	Във Франция . . . . .	8
2.1.3	IB DP . . . . .	8
2.1.4	Обобщение . . . . .	9
2.2	Обучението в България . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Изложение</b>	<b>12</b>
3.1	Разпределение по теми . . . . .	13
3.2	Задачите от матурата . . . . .	16
3.2.1	ДЗИ - 2016 година . . . . .	16
3.2.2	ДЗИ - 2015 година . . . . .	17
3.2.3	ДЗИ - 2014 година . . . . .	18
3.2.4	ДЗИ - 2013 година . . . . .	19
3.2.5	ДЗИ - 2012 година . . . . .	20
3.2.6	ДЗИ - 2011 година . . . . .	22
3.2.7	ДЗИ - 2010 година . . . . .	23
3.2.8	ДЗИ - 2009 година . . . . .	24
3.2.9	ДЗИ - 2008 година . . . . .	25
3.2.10	Пробен ДЗИ - 2007 година . . . . .	26
3.2.11	Примерен ДЗИ . . . . .	27
3.2.12	Обобщение - всички ДЗИ . . . . .	29
3.3	Съпоставка между матурата и разпределенията . . . . .	31
3.3.1	Тема “Алгебра” . . . . .	31
3.3.2	Тема “Степен и логаритъм” . . . . .	32
3.3.3	Тема “Числови редици” . . . . .	33
3.3.4	Тема “КВС” . . . . .	34
3.3.5	Тема “Геометрия” . . . . .	35
3.3.6	Тема “Тригонометрия” . . . . .	36
3.4	Разделение на групи . . . . .	38
3.5	Теми и подтеми . . . . .	44
3.5.1	Тема “Алгебра” . . . . .	44
3.5.2	Тема “Степен и логаритъм” . . . . .	46
3.5.3	Тема “Числови редици” . . . . .	46
3.5.4	Тема “КВС” . . . . .	47
3.5.5	Тема “Геометрия” . . . . .	48
3.5.6	Тема “Тригонометрия” . . . . .	49
3.6	Примерно преразпределение 1 . . . . .	50
3.6.1	Ниво 0: . . . . .	50
3.6.2	Ниво 1: . . . . .	52
3.6.3	Ниво 2: . . . . .	53

3.6.4	Ниво 3: . . . . .	55
3.6.5	Ниво 4: . . . . .	57
3.7	Примерно преразпределение 2 . . . . .	59
3.7.1	Ниво 0: . . . . .	59
3.7.2	Ниво 1: . . . . .	60
3.7.3	Ниво 2: . . . . .	61
3.7.4	Ниво 3: . . . . .	62
3.7.5	Ниво 4: . . . . .	63
3.8	Реформа . . . . .	65
<b>4</b>	<b>Заключение</b>	<b>69</b>
<b>5</b>	<b>Приложения</b>	<b>70</b>
5.1	Учебно-изпитна програма за ДЗИ . . . . .	70
5.1.1	Учебно съдържание . . . . .	70
5.1.2	Оценявани компетентности . . . . .	71
5.2	Учебна програма - VIII клас . . . . .	72
5.2.1	Цели . . . . .	72
5.2.2	Таблица . . . . .	72
5.3	Учебна програма - IX клас, първо равнище . . . . .	76
5.3.1	Цели . . . . .	76
5.3.2	Таблица . . . . .	77
5.4	Учебна програма - X клас, първо равнище . . . . .	80
5.4.1	Цели . . . . .	80
5.4.2	Таблица . . . . .	80
5.5	Учебна програма - XI клас, първо равнище . . . . .	83
5.5.1	Цели . . . . .	83
5.5.2	Таблица . . . . .	84
5.6	Учебна програма - XII клас, първо равнище . . . . .	85
5.6.1	Цели . . . . .	85
5.6.2	Таблица . . . . .	86
5.7	Примерно разпределение на материала за VIII-XII клас . . . . .	88
5.7.1	VIII клас . . . . .	88
5.7.2	IX клас . . . . .	90
5.7.3	X клас . . . . .	92
5.7.4	XI клас . . . . .	93
5.7.5	XII клас . . . . .	94

## 1 Резюме

Целта на настоящата дипломна работа е да предложи нов организационен модел, с който да промени и подобри средното образование по математика в България.

Въведението включва преглед на обучението по математика в гимназиален етап в други държави - в Англия (по-детайлно), Франция и IB DP. Също така е направен коментар на обучението по математика в България - на учебно-изпитната програма за ДЗИ, на учебните програми за VIII клас и първо равнище за IX-XII клас и на примерното разпределение на часовете в паралелки с минималния задължителен брой часове по математика<sup>1</sup>. Пълните текстове на учебно-изпитната програма за ДЗИ, на учебните програми и на разпределенията на часовете могат да бъдат намерени в приложенията на края на разработката.

В изложението е направен разбор на задачите, давани на ДЗИ по математика, според темите и броя точки на всяка задача по години. Направена е съпоставка между броя часове по темата според разпределението на часовете и според броя точки, на които е оценена задачата в матурата. Предложено е разделение на учениците на нива според знанията и уменията им, което цели да улесни учебния процес и да даде възможност на всеки ученик да извлече максималното от гимназиалния курс на обучение. Направени са коментари за плюсовете от такова разделение, както и за евентуалните пречки и проблеми при прилагането му на практика. Представени са две примерни преразпределения на материала според нивото на учениците. Първото преразпределение включва всички теми от гимназиалния курс и матурата по математика, изучавани с различна задълбоченост в зависимост от възможностите на учениците. При второто преразпределение някои теми отпадат за учениците с по-слаб интерес към математиката, докато за тези с по-голям интерес са добавени нови теми. Предложена е идея за цялостна промяна в гимназиалния курс на обучение по всички предмети.

В заключението е направено обобщение на възможностите за промяна и подобрене на образователната система в България, по-конкретно по математика. Набелязани са цели за бъдещо развитие и дейностите, необходими за това. За да може да бъде направена оценка до каква степен целта на дипломната работа е изпълнена, е необходимо в бъдеще да бъдат проведени две анкети - едната с ученици, обучавали се по настоящото разпределение на материала, а другата с ученици, обучавали се по някое от предложените две преразпределения, които да дадат обратна връзка от учениците в средните училища с минимално изучаване на математика. С анализирането на данните от тези анкети и сравняването на обучението по математика в момента с предложения променен вариант работата по разработката би била завършена. За съжаление провеждането на анкета с ученици, обучавали се в групи по нива, би отнело поне 5 години, поради което тези анкети не са част от дипломната работа.

---

<sup>1</sup> Минималният разглеждан брой часове, използван в дипломната работа, не е броят часове, посочен в наредба №6 от 28.05.2001г., а минималният брой часове, реализиран на практика в училищата съгласно публикуваните на сайтовете им учебни планове.

## 2 Въведение

### 2.1 Обучението по математика в гимназиален етап в други държави

#### 2.1.1 В Англия

В гимназиалния курс на обучение в Англия влизат така наречените ключови етапи (Key stages) 3, 4 и 5 (KS 3, KS 4, KS 5). Учениците в KS 3 са на възраст между 11 и 14 години (VII, VIII, IX клас), в KS 4 - от 14 до 16 години (X и XI клас), а в KS 5 - от 16 до 18 години (A levels - AS & A2). Училищното обучение до 16-годишна възраст е задължително, а до 18-годишна възраст младежите трябва или да продължат с образованието си, или да си намерят постоянна работа с включена към нея квалификация. В KS 5 (A levels) учениците сами избират кои предмети да учат и могат да изберат да не учат математика. По-долу е описана задължителната част от гимназиалното обучение по математика - KS 3 и KS 4 - изпити, брой часове и др.

На края на XI клас (на 16-годишна възраст) учениците държат изпити, наречени GCSE (General Certificate of Secondary Education). В момента е задължително явяването на изпити по английски (език или литература) и математика (основно - foundation - или високо - higher - ниво), а за учениците, започнали VII клас (влезли в гимназия) през учебната 2015/2016 година, ще бъде задължително явяването на 5 изпита (те ще се явяват на GCSE през 2020 год.) - английски (има различни варианти); математика (основно или високо ниво); природни науки (Sciences - има различни опции); хуманитарни науки (Humanities) - история или география по избор; и чужд език (Modern foreign language - MFL) - напр. испански, френски, немски. При успешното полагане на тези 5 изпита учениците получават английски бакалауреат - English Baccalaureate (EBacc).

На учениците се преподава не само според класа, в който са, но и спрямо нивото им. Нивото се състои от число (от 1 до 8) и буква (A, B или C), като ниво 4 е по-високо от ниво 3 например, а ниво 5A е по-високо от ниво 5B и ниво 5C, но по-ниско от ниво 6C. Очакваното (желаното) ниво в края на началното училище е 4 (достигат го около 75% от учениците, като най-добрите 10% достигат ниво 5, а най-добрият 1% - ниво 6), а за петте години в гимназията учениците трябва да имат поне 3 пълни нива прогрес (например от ниво 4B до ниво поне 7B).

Учебният материал е разделен на шест основни теми - Number (числа); Algebra (алгебра); Ratio, proportion and rates of change (отношения, пропорционалност и обменни курсове); Geometry and measures (геометрия и мерки); Probability (вероятности); Statistics (статистика), а всяка тема е разделена на подтеми, класифицирани според очакваната оценка на GCSE и според нивото на ученика в момента на преподаване. Така в един и същи клас ученици с различно ниво учат различни неща.

За да е възможно това да бъде осъществено, организацията на учебния процес е по-различна от тази в България. Целият випуск има математика (и всеки един от другите предмети) по едно и също време и учениците са разделени на групи според нивото им (и според прогнозната им оценка на GCSE). По този начин може да се окаже, че в IX клас (съответстващ по възраст на VII клас в България) втора група учи тригонометрия в правоъгълен триъгълник, а пета група (групата с най-ниски прогнозни оценки за изпита) учи как да намира лице и периметър на квадрат и правоъгълник

в квадратна мрежа. Въпреки че тези две теми са много различни по трудност, те са съобразени с нивото на учениците в съответните групи и представляват предизвикателство за тях. Във всяка група учениците са на (почти) едно и също ниво, което от една страна улеснява учителя в подготовката на уроците, а от друга е от полза за самите ученици, тъй като няма “напреднали” ученици, които да скучаят, защото материалът (задачите) е лесен за тях, няма и “изоставащи”, на които дори най-лесните задачи да са трудни.

Броят часове по математика на седмица в Англия не е фиксиран. Училищата имат автономията да вземат това решение; също така решават как да организират учебния ден. В някои училища учениците на ден имат по 5 60-минутни урока, в други - 6 50-минутни урока, а в трети - 8 40-минутни урока. Стандартно в KS 3 учениците имат поне 3 60-минутни или 4 50-минутни, или 5 40-минутни урока математика седмично, т.е. 180-200 минути, но в някои училища по преценка на самите училища този брой е по-голям. В KS 4 обикновено броят часове се увеличава, а понякога и още в края на KS 3. Също така за учениците, които не показват достатъчен напредък (спрямо очакваните 3 пълни нива напредък за петте години гимназиално обучение, а не спрямо знанията и уменията им в сравнение с останалите ученици), има организирани интервенции, при които учениците биват извадени от редовните им часове по математика (в някои случаи и от часове по други предмети - обикновено предмети, по които учениците няма да държат изпит) основно в X и XI клас и с тях се работи индивидуално или в малки групи, за да могат да бъдат засегнати теми или конкретни типове задачи от някоя тема, които за конкретния ученик или конкретната група ученици са по-трудни. В XI клас, с приближаването на изпитите, обикновено училищата организират и сесии за преговор след края на учебния ден (всички ученици във всички училища учат в една и съща смяна; обикновено учебният ден започва около 8:30 и завършва около 15:00) - различни за различните групи ученици според нивото.

Учебната година в Англия се състои от 38 учебни седмици. При минимум 5 40-минутни урока седмично (за пресмятането са използвани 40-минутни уроци, тъй като в България учебните часове са 40-минутни) за една учебна година това прави поне 190 часа или поне 950 часа за петте години от задължителния гимназиален курс на обучение.

Друг различен елемент на обучението по математика в Англия в сравнение с България е липсата на оценки. В края на началното училище е определено нивото на всеки ученик, а спрямо него - и прогнозна оценка за GCSE. След това всяка година учениците правят по два или три изпита от минали години, според резултатите от които могат да бъдат направени промени в групите. В зависимост от това дали един ученик показва очаквания прогрес, или - не, прогнозната му оценка може да бъде променена; а родителите биват уведомявани за прогреса и представянето на учениците в час обикновено веднъж на учебен срок (т.е. три пъти на година - учебните срокове са разделени от Коледната и Великденската ваканция). Въпреки че тестовете от минали години са достъпни свободно в интернет, обикновено това не влияе на представянето на учениците - тези изпити се провеждат от 80-те години на XX век и има близо 10 различни изпитни борда, както и допълнителни примерни тестове от всеки изпитен борд - това са достатъчно много на брой теми и шансовете учениците да са решавали (и запомнили) конкретна тема са малки (същото е положението в момента с изпита по английски, а при EVass ще има 4 други изпита освен този по математика, кое-

то общо прави още по-голям брой тестове, ако учениците искат да се подготвят за всеки предмет и затова те рядко сядат вкъщи да решат всички възможни тестове). Още повече, че липсва стресът от оценките (които да влизат в дипломата, както в България, и да са основна част от нея), а в същото време има уважение и респект от страна на родителите към училището като институция и към самите учители. Като резултат учениците попадат в правилната група за тяхното ниво и могат да покажат най-доброто от себе си.

### 2.1.2 Във Франция

Подобно на Англия, в края на гимназиалния курс на обучение във Франция се присъжда бакалауреат - френски бакалауреат - *bac*. Годишно във Франция около 500 000 ученици полагат задължителните изпити, а около 12 000 ученици полагат тези изпити във френски училища извън Франция.

За да получат френски бакалауреат, учениците задължително държат 3 изпита върху материала от XI и XII клас - по литература; по икономика и социални науки и по природни науки и математика.

В XI клас математика се изучава задължително 4 часа седмично, т.е. 136 часа за учебната година (34 седмици). В XII клас задължителната математика е 6 часа седмично или 204 часа за учебната година, а учениците могат да изберат специализация по математика - още 2 часа седмично или 68 часа за учебната година.

Общо за двете години от френския бакалауреат учениците задължително изучават 340 часа математика, а ако изберат специализацията по математика - 408 часа.

За разлика от Англия, математиката се изучава само на едно ниво, но при образоването на крайния резултат (крайната оценка) оценката по математика може да бъде взета с различен коефициент.

### 2.1.3 IB DP

IB DP или International Baccalaureate Diploma Programme за пръв път е въведена през 1968 година. Към месец май 2015 год. по тази програма са работили 2795 училища в 143 различни държави по цял свят. Дипломната програма на международния бакалауреат е за ученици на възраст между 16 и 19 години и е един вид еквивалент на английските A levels, но за разлика от A levels, при които учениците имат свободата да избират предметите, които да изучават, в IB DP има задължителен набор от учебни предмети, разделени в 6 групи. За (почти) всички предмети учениците могат да избират между стандартно (SL) и високо ниво (HL). В допълнение към шестте предметни групи има и 3 основни предмета (задължителни) - Theory of knowledge (ТоК - Теория на знанието - за успешно завършване учениците подготвят устна презентация и есе от 1600 думи), The extended essay (Разширено есе - за успешно завършване учениците подготвят есе от 4000 думи върху избрана тема) и Creativity, activity, service (CAS - Креативност, активност, работа - за успешно завършване учениците подготвят проект, в който да са включени и трите компоненти).

Шестте задължителни предметни групи са:

- Език и (или) литература;
- Езикознание (модерни или класически езици);



- Личност и общество - бизнес мениджмънт; икономика; география; глобална политика; история; ИТ в глобалното общество; философия; психология; социална и културна антропология; световни религии;

- Природни науки - биология; компютърни науки; химия; дизайн и технологии; физика; спорт, физически упражнения и наука за здравето;

- Математика - математически проучвания (само SL); математика (SL или HL); математика за напреднали (само HL);

- Изкуства - танци; музика; филм; театър; визуални изкуства; допълнителен предмет по избор от категории Езикознание, Личност и общество или Природни науки.

Желателно е учениците да изучават 3 (или 4) от предметите на високо ниво, а останалите - на стандартно ниво. С предметите, изучавани на високо ниво, учениците могат след завършване на програмата да кандидатстват в университет.

Макар да няма конкретни изисквания за това, IB препоръчва курсовете, изучавани на стандартно ниво, да бъдат преподавани по 150 (астрономически) часа (т.е. 225 учебни 40-минутни часа), а тези, изучавани на високо ниво - по 240 (астрономически) часа (т.е. 360 учебни 40-минутни часа).

#### 2.1.4 Обобщение

	ЕВасс	бас	IB DP
Брой задължителни изпити	5	3	6 (+3) 3SL+3HL
Задължителен изпит по език/литература	да	да	да
Задължителен изпит по математика	да	да (с прир. науки)	да
Минимален брой часове изучаване на математика	190/год. не е фиксиран	136+204 +68 спец.	225/360 - 2год. SL/HL
Задължителен изпит по природни науки	да	да (с математика)	да
Задължителен изпит по хуманитарни науки	да история/география	да икономика и др.	да различни
Задължителен изпит по чужд език	да	не	да

## 2.2 Обучението по математика в гимназиален етап в България в паралелки с минималния задължителен брой часове по математика

Минималният брой часове по математика за VIII, IX и X клас е 3 учебни часа седмично, което при 36 учебни седмици означава 108 учебни часа за годината; а за XI и XII клас е 2 учебни часа седмично, т.е. 72 учебни часа за учебната година (36 седмици) в XI клас и 62 учебни часа за учебната година (31 седмици) в XII клас. За петте години на обучение след Националното външно оценяване (НВО) на края на VII клас (и прием в гимназия или средно училище с прием след VII клас) това прави общо 458 учебни часа или 350 учебни часа за учениците в училища с прием след VIII клас. (В дипломата за завършено средно образование влизат оценките и хорариумите от IX, X, XI и XII клас, но голяма част от учениците кандидатстват след VII клас и затова под “гимназиален етап” в настоящата дипломна работа ще разбираме периода от VIII до XII клас включително - с учебния материал и хорариумите за петте години на обучение.)

При завършването на гимназиалния етап на обучение учениците не държат задължителен изпит по математика (ниито по природни науки, ниито по друг предмет, освен БЕЛ), а през целия период на обучение оценките зависят само и единствено от учителя. Като резултат, на една и съща оценка, получена в различни училища (при един и същи учебен план, материал, хорариум и т.н.), съответстват различни знания, умения и компетентности. Но когато след завършване на средното си образование, ученикът кандидатства в университет или за работа, това, което се вижда на пръв поглед, е числото, записано в дипломата срещу съответния учебен предмет. Единственият начин оценката да е обективна и съпоставима с тази на останалите ученици в България, е да се яви на държавен зрелостен изпит (ДЗИ, матура).

Държавният зрелостен изпит по БЕЛ е задължителен и това дава възможност да се прави съпоставка между училища или дори между учители и дава база за сравнение до каква степен оценките в училище отговарят на оценката от ДЗИ - до каква степен с критериите, които е поставил, учителят е бил обективен при оценяването си и е поддържал ниво, съпоставимо с нивото на матурата. Подобна съпоставка не може да се направи по другите учебни предмети, защото учениците обикновено (почти винаги) избират за втора матура някой от профилиращите си предмети. На практика не могат да бъдат оценени и сравнени знанията и уменията на учениците, изучаващи математика като непрофилиращ предмет (с минималния задължителен брой часове).

Освен на малкия брой часове (в сравнение с други държави и програми на обучение) следва да бъде обърнато внимание и на материала - от една страна учебните програми за VIII клас и за IX-XII клас, първо равнище, а от друга страна - учебно-изпитната програма за ДЗИ (целите на обучението по математика, методически указания и очакваните резултати и учебното съдържание на учебните програми; както и учебното съдържание и оценяваните компетентности на учебно-изпитната програма за ДЗИ по математика могат да бъдат намерени в приложенията на края на разработката; заедно с примерни разпределения на материала от VIII до XII клас при съответния хорариум). Първото нещо, което прави впечатление, е наличието на цели раздели в учебните програми, които не са включени в матурата - например “Вектори” (от VIII клас) и “Стереометрия” (от XII клас). В същото време по учебна програма

не е предвидено време за цялостен преговор в XII клас (повечето уроци от втория учебен срок на XII клас са обобщаващи, но въпреки това има и надграждане, което може да остане неуспорено от учениците; а планиметрия в XII клас изобщо не се изучава/преговаря), нито за решаване на примерни задачи за матура, матури от предходни години или за провеждане на пробна матура. Това поставя учениците в ситуация на избор - или да не се явят на матура по математика, тъй като подготовката им е провеждана по учебна програма, разминаваща се с учебно-изпитната програма за ДЗИ и ненасочен в тази посока, или да отделят време и средства, за да посещават курсове или друг вид допълнителна подготовка, насочена конкретно към (по-)успешно явяване на държавен зрелостен изпит.

Сходна е и ситуацията с останалите предмети (включително и БЕЛ - ЗП). Хорариумите са минимални, през цялото време се преподава нов материал, няма предвидено време за цялостен преговор в XII клас, учителите не запознават учениците дори с формата на съответния ДЗИ (с изключение може би на БЕЛ, т.к. е задължителен изпит), оценяването по време на учебната година се извършва във формат, определен от учителя; няма синхрон с оценяването на национално ниво; не се организират пробни/примерни матури в училищата (в добрия случай се провежда една матура по БЕЛ). Като резултат учениците, които не се чувстват уверени в знанията и уменията, получени в училище, или не са свикнали с формата на съответната матура, отделят време и средства, за да посещават курсове или друг вид подготовка. Или иначе казано: за всяка матура (а всъщност и за всеки кандидат-студентски изпит - КСИ), на която ученик иска да се яви (и да получи (по-)висока оценка), са необходими допълнителни занимания, които или да допълнят учебния план, или да подготвят ученика за формата на съответния изпит (ДЗИ, КСИ).

В изложението на настоящата разработка са разгледани по-детайлно разминаванията между учебна програма и учебно-изпитна програма за ДЗИ. Направена е съпоставка на ниво съдържание между двете, а след като са премахнати от учебната програма темите, които не са включени в учебно-изпитната програма за матурата, е направена съпоставка между броя часове, през които се изучава дадена тема (като част от всички общо 458 учебни часа математика в гимназиалния етап на обучение), и точките, които задачите от съответната тема биха донесли на ученик при правилно решаване на матурата, за всички матури от 2008 год. насам по три изпитни варианта на година - от майска сесия като втора и като трета матура и от септемврийска сесия; пробната матура от 2007 год. и примерната матура, качена на сайта на МОН. Следва да се отбележи, че до 2010 год. точкуването на задачите е било различно - трите задачи за описание са представлявали 45% от матурата, а в момента тежестта им е 30%. Затова, където е уместно, в изложението са правени по две обобщения - за периода от 2011 до 2016 год. и за всички матури до момента, в това число пробната матура от 2007 год.

### 3 Изложение

В изложението на дипломната работа ще използваме разделение, по-различно от това в учебно-изпитната програма за ДЗИ. Под темата “Алгебра” ще разбираме разделите “Реални числа”, “Дробно-рационални изрази, уравнения и неравенства” и “Квадратна функция”; разделите “Степен и логаритъм” и “Числови редици” ще разглеждаме като отделни теми. “Комбинаторика, вероятности и статистика” (КВС) се запазва като тема. Темата “Геометрия” включва планиметричните задачи, които могат да бъдат решени без прилагане на познания по тригонометрия, а “Тригонометрия” включва тригонометричните функции (пресмятане на изрази, твърдения, уравнения) от една страна и приложението на тригонометрията при решаването на геометрични задачи от друга. Сместено е да се отбележи, че някои задачи могат да бъдат решени както с тригонометрия, така и без нейното използване. Тези задачи (дори решението им без тригонометрия да е по-трудоемко) са включени в темата “Геометрия”, а не “Тригонометрия”, тъй като учениците имат много повече и по-продължителен опит при решаването на задачи, в които не се използва тригонометрия.

При това разделение на темата “Алгебра” се пада най-голяма тежест, но това е естествено, тъй като познаването на линейната функция (от VII клас; и на нейната графика - VIII клас) и на квадратната функция интуитивно води със себе си решаването на уравнения и неравенства, в които участват линейни и квадратни функции или други функции, свеждащи се до тях.

Основно различие тук е разделението на темата “Геометрия” на “Геометрия” (без тригонометрия) и “Тригонометрия” (където освен геометричните задачи, в решението на които се използва тригонометрия, са включени и преобразуване на тригонометрични изрази, пресмятане на стойности и доказване на твърдения). По този начин за учениците ще е по-ясно разделението на типовете геометрични задачи и кои от тях могат да се решат без знания от тригонометрията, но те все пак ще имат възможност да решават задачи, включващи всички изучавани геометрични фигури. В същото време раздел “Тригонометрия” дава възможност на учениците първо да се запознаят с тригонометричните функции и техните свойства и едва след това да започнат да прилагат тригонометрия при решаване на геометрични задачи (повече за това как би могъл да бъде организиран материалът при такова разделение има в секции 3.6 и 3.7 по-нататък в изложението).

### 3.1 Разпределение на материала по теми и брой часове

Преди да преминем към по-детайлно разглеждане на предвидения брой учебни часове за всяка от шестте теми ще направим общ преглед на темите и часовете през петте разглеждани години на обучение. Данните са представени в таблицата по-долу, а след това са направени и коментари.

Тема	Брой часове						ОБЩО	
	VIII клас	IX клас	X клас	XI клас	XII клас	458 ч.	в %	
	108 уч.ч.	108 уч.ч.	108*уч.ч.	72 уч.ч.	62** уч.ч.			
Алгебра	48	54	25	1	10	138	30%	
Степен и лог.	0	0	25	1	5	31	7%	
Числови редици	0	0	0	13	1	14	3%	
КВС	0	0	11	15	0	26	6%	
Геометрия	30	26	8	0	0	64	14%	
Тригонометрия	0	10	25	38	4	77	17%	
Текущ контрол	10	10	7	4	3	34	7%	
Извън ДЗИ	20	8	0 (7*)	0	35 (39**)	74	16%	

\* В X клас броят часове е 108, но използваното примерно разпределение на материала е направено за 101 учебни часа. Резервът от 7 часа (часовете за около 2 пълни учебни седмици) може да бъде използван, ако по някаква причина има обявени извънредни неучебни дни (грипна или дървена ваканция например) или дори отсъствие на учителя, при което липсва заместник, който да преподава нов материал и да го упражнява. По този начин няма да е необходимо преразпределение на материала след това и сливане на уроци с цел наваксване. Ако няма извънредни обстоятелства, тези часове биха могли да бъдат използвани по преценка на преподавателя за тема, която повече затруднява учениците, или дори за тема извън учебния материал, която би била интересна на учениците.

\*\* В XII клас, аналогично на X клас, 4 учебни часа (т.е. броят часове за 2 пълни учебни седмици) са оставени като резерв и биха могли да бъдат използвани за тема по преценка на учителя или за да не се налага сливане на часове и наваксване при евентуално отсъствие на титуляра и липса на заместник.

При пресмятането на общия брой часове и процентния дял на всяка от темите седемте резервни часа от X клас и четирите резервни часа от XII са включени в графата “Извън ДЗИ”.

Както се вижда от таблицата по-горе, в VIII клас през близо 20% от учебните часове се изучава материал, който не е включен в матурата: 8 учебни часа “Вектори”, 7 учебни часа “Еднаквости в равнината” и 5 учебни часа “Геометрично място на точки”. Освен, че не са включени в учебно-изпитната програма за ДЗИ, тези раздели нямат продължение в следващите учебни години на първо равнище (например “Скаларно произведение на вектори”, “Хомотетия” и разширение на “Геометрични места на точки” с още построителни задачи, в които да бъдат разгледани и други конструкции - теми, които биха могли да бъдат включени за ученици с по-изявен интерес, дори математиката за тях да не е профилиращ предмет). За учениците с най-слаб интерес към математиката би било от по-голяма полза, ако вместо тези три раздела се отдели

повече време на затвърждаване на знанията от останалите раздели за годината или дори от предходните години, ако това е необходимо.

В същото време в VIII клас темите “Степен и логаритъм”, “Числови редици”, “Комбинаторика, вероятности и статистика” и “Тригонометрия” не се изучават изобщо. И докато “Степен и логаритъм” е по-тежка тема, тъй като предполага предварителни знания и опит при боравенето с ирационални числа, части от другите две теми са напълно по силите на учениците. Например от темата “Числови редици” биха могли да бъдат разглеждани задачи, в които е дадена формулата за общия член на редица и се търси член с определен номер; редици, зададени рекурентно; разглеждане на различни “специални редици” (включително и за ученици с по-силен интерес споменаване например на числата на Фибоначи и златното сечение); понятията на термините “аритметична прогресия” и “геометрична прогресия” биха могли да бъдат въведени още на това ниво - без да се дават формулите за  $n$ -тия член и за сумата на първите  $n$  члена, а само учениците да могат да разпознават (да проверяват дали дадена числова редица е) аритметична или геометрична прогресия. Такова преразпределение и детайлно “оползотворяване” на тези 20 учебни часа е предложено в секции 3.6 и 3.7 по-нататък в изложението.

От темата “Комбинаторика, вероятности и статистика” повечето материал е по силите на учениците и не изисква специални предварителни знания. На този етап учениците биха могли да се запознаят с различните начини за представяне на данни например, за да могат в следващите години вече да умеят да работят с данни и това да улесни работата им при пресмятане на средно аритметично, мода, медиана. Комбинаторни задачи, при които учениците да изписват всички възможности по подходящ начин, биха поставили основата за (формално) въвеждане на съединения без повторения в следващите години.

За темата “Тригонометрия” по-разширен коментар е предоставен при примерните преразпределения на материала в секции 3.6 и 3.7 по-долу в изложението.

В IX клас единствените часове (8 на брой), през които се преподава материал, невключен в учебно-изпитната програма за ДЗИ, са тези от раздела “Ирационални уравнения”. Задачите от този раздел обаче се срещат в повечето КСИ. Затова е удачно те да бъдат изучавани (и то по-задълбочено) от учениците, които са усвоили напълно материала от предходните години. Учениците с пропуски биха могли да оползотворят тези часове, затвърждавайки и упражнявайки допустими стойности на ирационален израз например, както и решаване на квадратни уравнения и свойства на квадратния корен.

За материала от X и XI клас коментарът на този етап е доста кратък: поне на пръв поглед няма часове, които да “губят времето” на учениците, тъй като се изучава само материал, включен в учебно-изпитната програма за ДЗИ, но правят впечатление (все още) 0 учебни часа за темата “Числови редици” в X клас и (вече) 0 учебни часа за темата “Геометрия” в XI клас. И докато невъвеждането все още на темата “Числови редици” в X клас, макар тя да е по силите на учениците, би могло да има своето обяснение, 0 учебни часа за темата “Геометрия” в XI клас създават предпоставки за забравяне на материала от учениците, особено предвид факта, че са последвани от 0 учебни часа и в XII клас.

В XII клас силно впечатление правят 35-те (или дори 39-те, тъй като темата е основната за година, ако има възможност за допълнителни часове, те най-вероятно ще бъдат отделени на нея) учебни часа материал, невключен в матурата - 60%. Това са часовете, предвидени за раздела “Стереометрия”, който се изучава за първи път през разглежданите 5 години от курса на обучение. В секции 3.6 и 3.7 са предложени две преразпределения на материала, при едното от които разделът “Стереометрия” не се изучава изобщо в периода VIII - XII клас. При другото преразпределение е заложено стереометрия да се изучава през всяка от годините по малко, за да не се губи връзката с изучаваното в прогимназията.

Ако разгледаме таблицата по редове (теми) вместо по стълбове (класове), впечатление прави наличието на 11 нули - винаги в края или началото на разглеждания ред. Разглеждаме шестте реда с темите - “Алгебра”, “Степен и логаритъм”, “Числови редици”, “КВС”, “Геометрия” и “Тригонометрия”. Единствено темата “Алгебра” привидно се изучава през всички години - в XI клас за нея има само 1 час - в началния преговор за входно ниво. “Тригонометрия” не се изучава в VII клас, а “Геометрия” за последно се изучава в X клас. “Степен и логаритъм” и “КВС” започват да се изучават чак в X клас, като основната част от първата от тези теми е предвидена за X клас, а втората от тези теми не се изучава и в XII клас. “Числови редици” пък започват в XI клас, а в XII за тях е отделен само един час за преговор и обобщение. Изключително малкият процентен дял на някои от темите не предполага тяхното изучаване през всяка една от разглежданите 5 години от курса на обучение (например при общо 14 учебни часа темата “Числови редици” би се изучавала средно по 3 учебни часа на година, което е малко, за да се навлезе в същността на материала), но теми с по-голям процентен дял биха могли да бъдат изучавани през всяка учебна година, за да не бъде забравен материалът.

### 3.2 Задачите, давани на ДЗИ по математика, според темата и броя точки на всяка задача

В таблиците по-долу е даден общият брой точки, които всяка тема носи на всяка от трите матури през съответната година. По-детайлни разпределения на точките в зависимост от това дали задачата е с избираем отговор, с кратък свободен отговор или с разширен свободен отговор могат да бъдат открити в 3.6 и 3.7 по-нататък в изложението - обобщени за всички проведени до момента матури изобщо, като е съобразено точкуването от последните години - от 2011 г. насам (т.к. процентната тежест на темите е почти еднаква през годините).

#### 3.2.1 Разбор на задачите от ДЗИ - 2016 година по теми и точки

Тема	Брой точки			
	втора матура	трета матура	септемврийска	ОБЩО
Алгебра	31	31	21	83 28%
Степен и логаритъм	6	6	6	18 6%
Числови редици	16	16	16	48 16%
КВС	10	10	14	34 11%
Геометрия	6	7	11	24 8%
Тригонометрия	31	30	32	93 31%
ВСИЧКО	100	100	100	300 100%

Както се вижда от таблицата, всяка от шестте теми носи приблизително еднакви точки на всяка от матурите, с изключение на темата “Алгебра”, която на матурата от септемврийската сесия носи с  $\frac{1}{3}$  по-малко (т.е. 10) точки за сметка на по няколко точки повече за темите “КВС” и “Геометрия”.

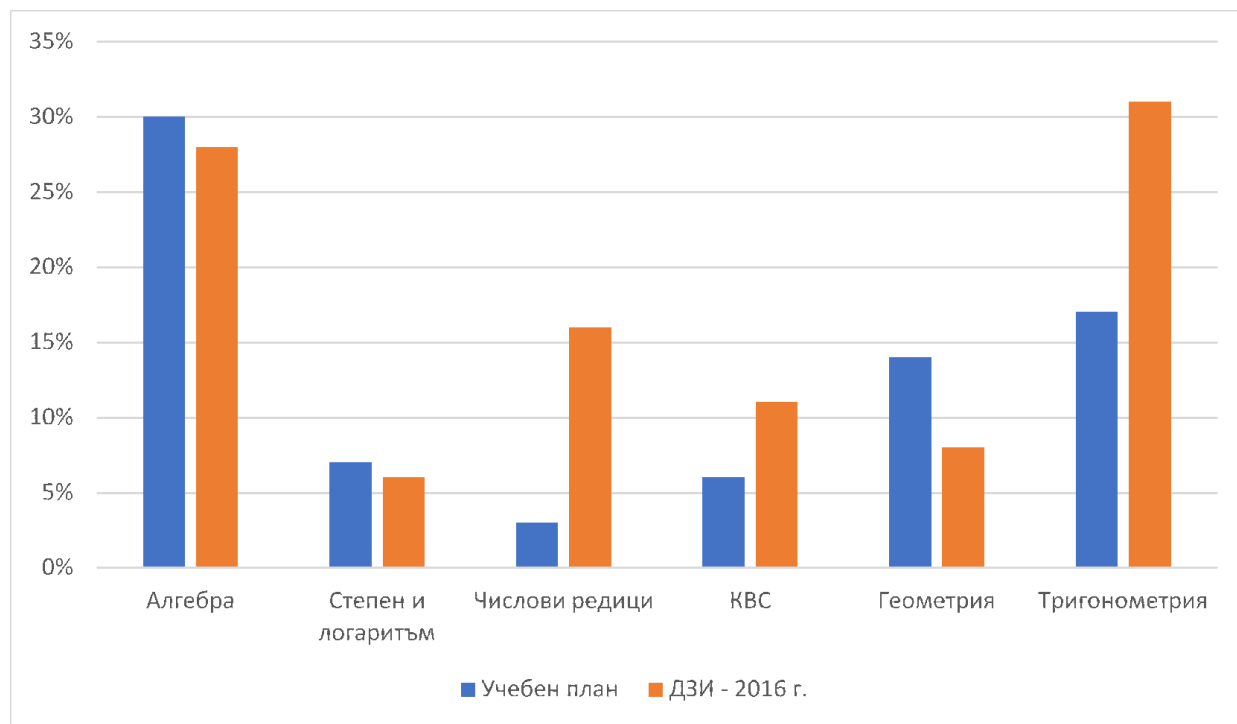
На графиката по-долу се вижда съпоставка между процента часове, предвидени за изучаване на съответната тема според примерното разпределение на часовете, и процента от точките, които съответните задачи носят на матурите през 2016 г.

Както се вижда, темите “Алгебра” и “Степен и логаритъм” се изучават приблизително в такъв процент от часовете, колкото точки носят на матурата. Темата “Геометрия” се изучава повече в час, отколкото е тежестта ѝ в матурата, но това е донякъде разбираемо, тъй като тя включва и основите на геометричните задачи, при които се използва тригонометрия.

Най-голямо впечатление прави разликата при темата “Числови редици”, която се изучава през едва 3% от часовете по математика в училище, а на матурата носи 16% от точките - при това тежестта на тези точки не идва от една задача, носеща много точки, в една от трите матури през 2016 г., а на всяка от трите процентът е 16 - това са две задачи с избираем отговор (всяка по 3 точки) и една задача за описание (10 точки).

Темите “КВС” и “Тригонометрия” се изучават почти 2 пъти по-малко, отколкото е тежестта им в ДЗИ, като при темата “Тригонометрия” разликата е от цели 14% от учебните часове.





### 3.2.2 Разбор на задачите от ДЗИ - 2015 година по теми и точки

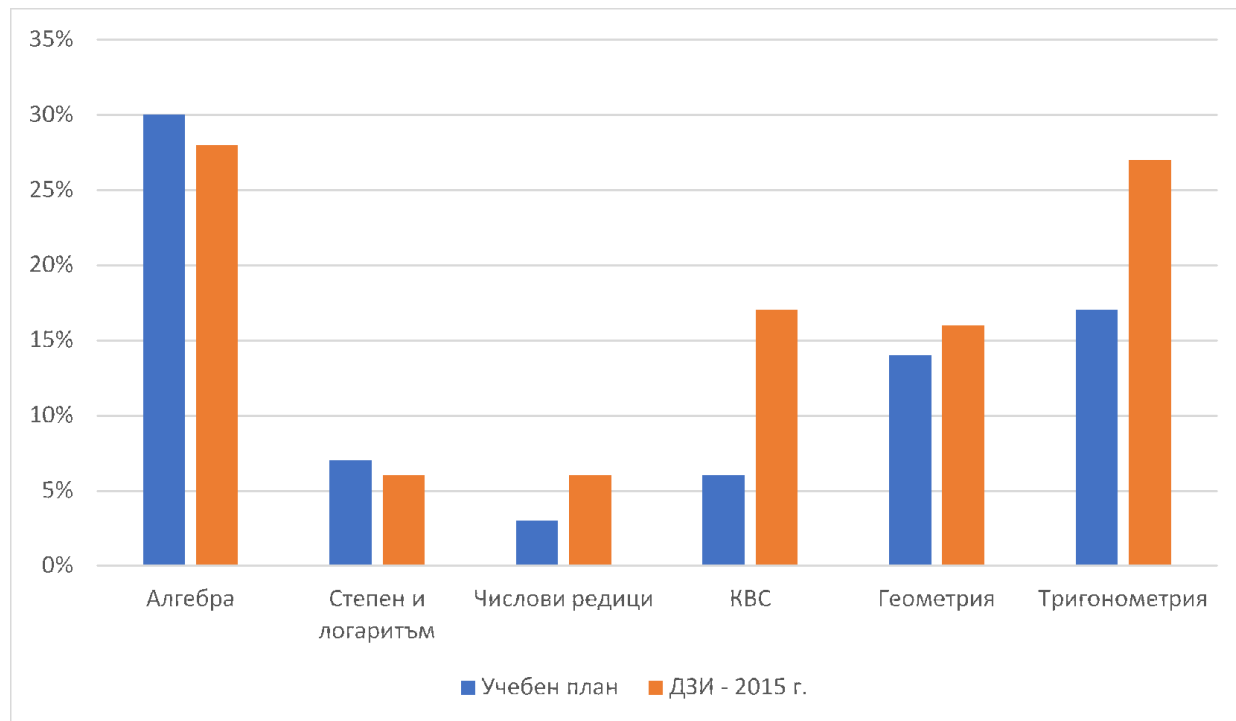
Тема	Брой точки			ОБЩО	
	втора матура	трета матура	септемврийска	Брой	Процент
Алгебра	27	29	27	83	28%
Степен и логаритъм	8	2	8	18	6%
Числови редици	6	6	6	18	6%
КВС	16	20	16	52	17%
Геометрия	16	14	18	48	16%
Тригонометрия	27	29	25	81	27%
ВСИЧКО	100	100	100	300	100%

Както се вижда от таблицата, почти всички теми имат приблизително еднаква тежест на всяка от трите матури. Изключение прави темата “Степен и логаритъм”, чиято тежест в третата матура - по избор, е едва 2%, което е 4 пъти по-малко от тежестта ѝ в другите две матури. За сметка на това темите “КВС” и “Тригонометрия” имат малко по-голяма тежест в тази матура в сравнение с другите.

На графиката по-долу се вижда съпоставка между процента часове, предвидени за изучаване на съответната тема според примерното разпределение на часовете, и процента от точките, които съответните задачи носят на матурите през 2015 г.

Тежестта на темите “Алгебра”, “Степен и логаритъм” и “Геометрия” е съпоставима с времето им за изучаване в училище. Отново прави впечатление, че някои теми се изучават в пъти по-малко: “Числови редици” се изучава два пъти по-малко, “КВС” се изучава почти три пъти по-малко, “Тригонометрия” се изучава 1,6 пъти по-малко.

Това са същите теми, които и през 2016 г. в матурата са имали в пъти по-голяма тежест, отколкото е предвиденото за изучаването им време.



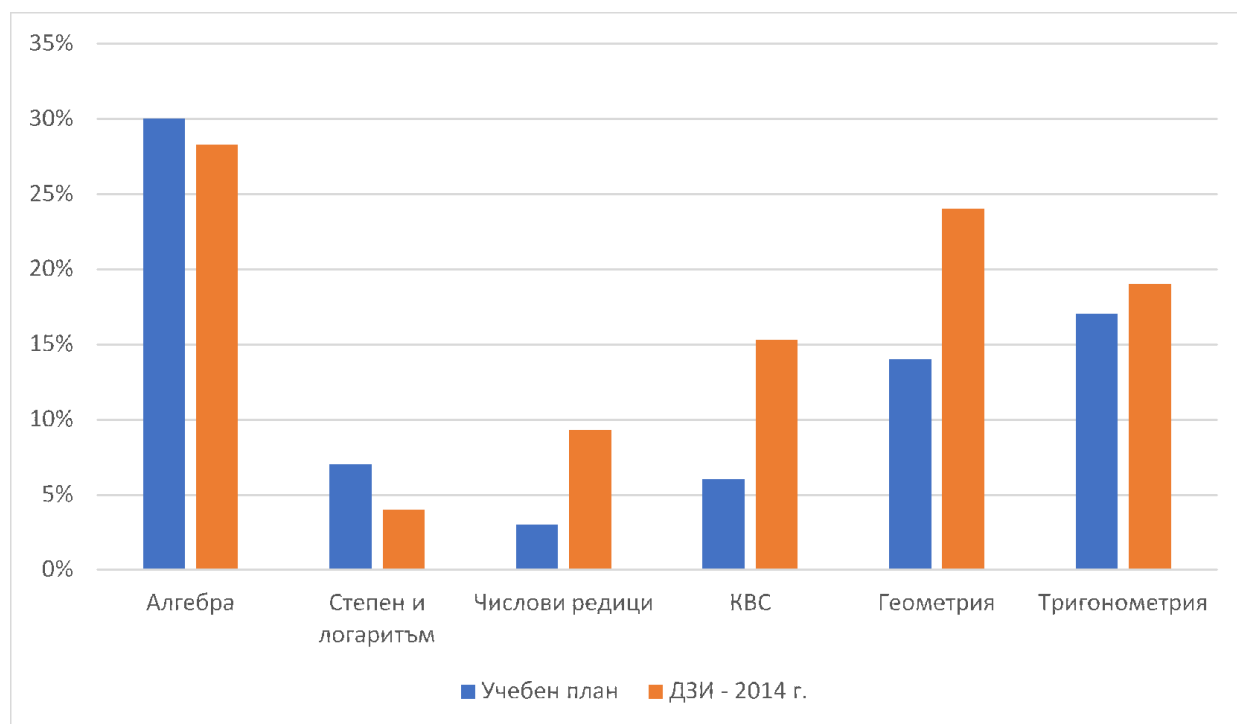
### 3.2.3 Разбор на задачите от ДЗИ - 2014 година по теми и точки

Тема	Брой точки			ОБЩО	
	втора матура	трета матура	септемврийска		
Алгебра	29	27	29	85	28,3%
Степен и логаритъм	2	8	2	12	4%
Числови редици	6	16	6	28	9,3%
КВС	20	6	20	46	15,3%
Геометрия	20	25	27	72	24%
Тригонометрия	23	18	16	57	19%
ВСИЧКО	100	100	100	300	100%

За разлика от разгледаните по-горе 2016 г. и 2015 г. през 2014 г. тежестта на темите е била различна за всяка от матурите. Единствено темата “Алгебра” има приблизително еднаква тежест на всяка от трите матури. Темата “Степен и логаритъм” е била само 2% в две от матурите - т.е. една задача с избираем отговор, и цели 8% на третата матура - 4 пъти повече. Подобна е ситуацията с темата “Числови редици”, която в една от матурите е с тежест над 2 пъти и половина повече в сравнение с другите две матури. Темата “КВС” пък в една от матурите тежи 3 пъти по-малко, отколкото в другите две. Темите “Геометрия” и “Тригонометрия” сумарно тежат еднакво във всяка от трите матури - 43%, но те са неравномерно разпределени между двете теми

в различните варианти.

На графиката по-долу е представена съпоставка между времето, предвидено за изучаване в училище, и точките, които съответната тема носи на матурата. Отново прави впечатление същата зависимост: темата “Алгебра” се изучава почти колкото точки носи на матурата, темите “Числови редици” и “КВС” се изучават в пъти по-малко. Разликата тук е темата “Геометрия”, която се изучава доста по-малко, отколкото се среща в матурите. Също така тежестта на темата “Степен и логаритъм” в матурата е по-малка от времето за изучаване в час, както и от тежестта на същата тема през 2016 г. и 2015 г.



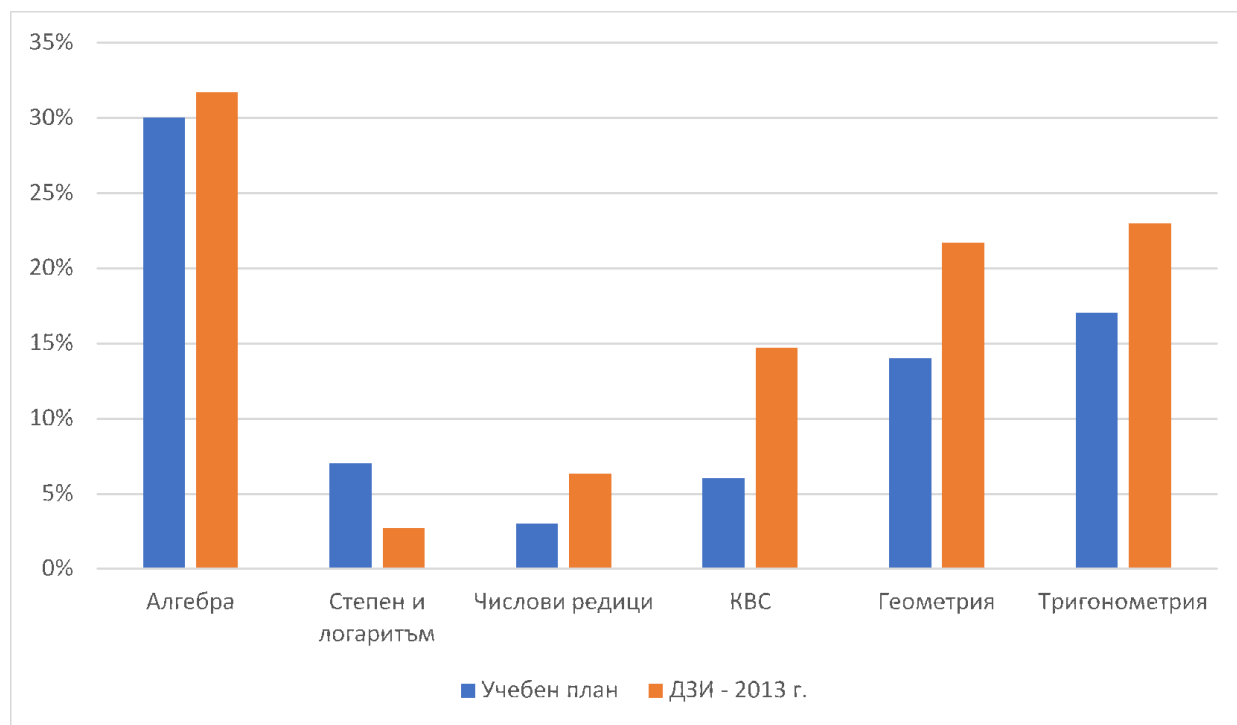
### 3.2.4 Разбор на задачите от ДЗИ - 2013 година по теми и точки

Тема	Брой точки			ОБЩО	
	втора матура	трета матура	септемврийска		
Алгебра	31	33	31	95	31,7%
Степен и логаритъм	2	4	2	8	2,7%
Числови редици	5	5	9	19	6,3%
КВС	14	20	10	44	14,7%
Геометрия	24	25	16	65	21,7%
Тригонометрия	24	13	32	69	23%
ВСИЧКО	100	100	100	300	100%

Както се вижда от таблицата, и тук тенденцията се спазва - темата “Алгебра” има почти еднаква тежест на всяка от трите матури. Разликата с вече разгледаните

2016 г., 2015 г. и 2014 г. е, че за пръв път тази тема има тежест над 30% (на всяка от матурите, както и средно за трите матури) и за пръв път тежестта ѝ в матурата е по-голяма (макар и с малко) от времето, предвидено за изучаване на темата в часовете. Останалите теми се различават в точките, като най-голямо впечатление прави темата “Тригонометрия” със съответно 24, 13 и 32 точки; темата “КВС” със съответно 14, 20 и 10 точки; както и темата “Геометрия” с 24 и 25 точки на двете матури, проведени през месец май, и едва 16 точки на матурата от септемврийската сесия.

На графиката по-долу се вижда съпоставка между ДЗИ от 2013 г. и процента часове по математика, отделени за съответната тема. И през тази година е запазена тенденцията от следващите години много от темите да се изучават по-малко в сравнение с тежестта им в матурата. Единствено темата “Степен и логаритъм” се изучава процентно повече, отколкото участва в матурата - два пъти и половина повече. Но също така е важно да се отбележи, че от разгледаните до момента години това е първата, през която ученик може да получи оценка “Отличен 6,00” без да има каквито и да е познания по една от темите - именно темата “Степен и логаритъм”. Причина за това е изключително малкият процент и брой задачи от тази тема - общо 4 задачи с избираем отговор (по 2 точки всяка) за трите теми през 2013 г. Отново темите “Числови редици” и “КВС” се изучават около 2 пъти по-малко в сравнение с тежестта им в матурата; темата “Геометрия” тежи в матурата 1 път и половина, отколкото се изучава.



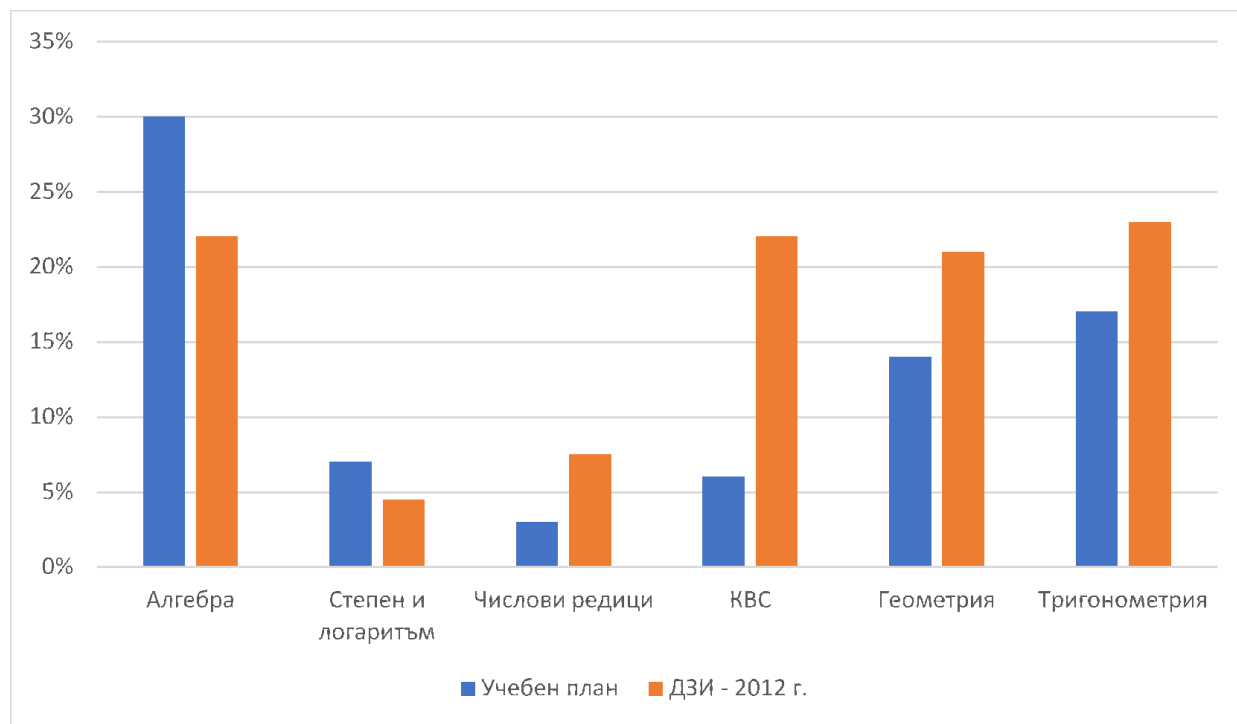
### 3.2.5 Разбор на задачите от ДЗИ - 2012 година по теми и точки

Това е единствената година от разгледаните до момента (а всъщност и изобщо от всички години, когато са се провеждали ДЗИ), през която матура по математика е проведена 4 пъти. Освен като втора матура и на септемврийска сесия, е имало

и две дати (с две различни задачи в изпитните теми) за трета матура по желание през майската сесия. В таблицата по-долу са включени точките и от четирите изпита, проведени през 2012 г.

Тема	Брой точки				ОБЩО	
	втора матура	трета матура	септемврийска			
Алгебра	19	19	29	21	88	22%
Степен и логаритъм	2	2	6	8	18	4,5%
Числови редици	6	6	6	12	30	7,5%
КВС	24	20	24	19	87	22%
Геометрия	28	16	10	31	85	21%
Тригонометрия	21	37	25	9	92	23%
ВСИЧКО	100	100	100	100	400	100%

Както се вижда от таблицата по-горе, повечето теми са били с доста различни процентни стойности на четирите матури. Единствено темата “КВС” е имала приблизително еднакви точки на всяка от четирите матури. Темата е била средно 22% от матурата. За първа година от разгледаните до момента на тази тема се падат такава голяма част от точките, приблизително колкото всяка от темите “Алгебра”, “Геометрия” и “Тригонометрия”. Темата “КВС” е изучавана в едва 6% от часовете в училище, което е близо 4 пъти по-малко от 22-та % точки от задачи в матурата.



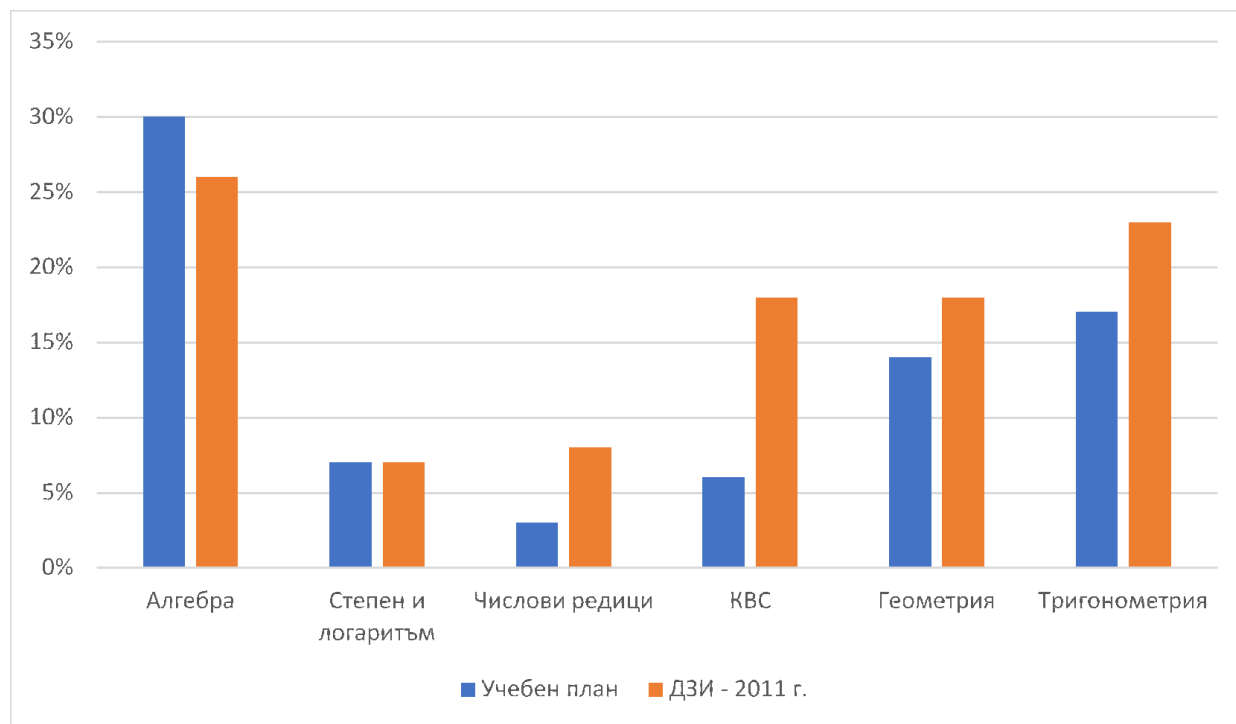
Друго, което прави впечатление, е, че от разгледаните по-горе години и от представените таблици и графики тази е първата, при която “Алгебра” в училище се е изучавала чувствително повече в сравнение със задачите от ДЗИ по математика. За останалите теми се запазват приблизително същите отношения процент изучавани

часове към точки от матурата - “Степен и логаритъм” е изучавана малко повече от тежестта ѝ в матурата, а “Числови редици” - два пъти по-малко.

### 3.2.6 Разбор на задачите от ДЗИ - 2011 година по теми и точки

Тема	Брой точки			ОБЩО	
	втора матура	трета матура	септемврийска		
Алгебра	24	28	25	77	26%
Степен и логаритъм	6	8	8	22	7%
Числови редици	15	5	3	23	8%
КВС	17	20	17	54	18%
Геометрия	11	21	22	54	18%
Тригонометрия	27	18	25	70	23%
ВСИЧКО	100	100	100	300	100%

Както се вижда от таблицата по-горе, и през 2011 г. е имало теми със сравнително еднакви точки на трите матури (“Алгебра”, “Степен и логаритъм”, “КВС”) и такива с големи разлики (“Числови редици” със съответно 15, 5 и 3 точки; “Геометрия” с 11, 21 и 22 точки; “Тригонометрия” с 27, 18 и 25 точки съответно). Такива големи разлики (за темата “Числови редици” разлики от 3 пъти и 5 пъти повече точки) не позволяват на ученици, които не са напълно сигурни в знанията си, но все пак искат да се явят на матура по математика, да имат ясни очаквания и прогнозна оценка за това колко точки биха могли да получат.



На графиката по-горе отново е показана съпоставка с изучаваното в часовете.

Тук за първи път има абсолютно процентно съответствие между учебна програма и матура за някоя от темите - "Степен и логаритъм". За останалите теми се запазват наблюдаваните и до момента закономерности - "Алгебра" се изучава приблизително колкото е участието ѝ в матурата; "Числови редици" и "КВС" се изучават в пъти по-малко, а "Геометрия" и "Тригонометрия" се изучават по-малко - с около 20-30%.

### 3.2.7 Разбор на задачите от ДЗИ - 2010 година по теми и точки

От разглежданите до момента години тази е първата (т.е. най-скорошната), при която точкуването е било различно. След 2011 г. (вкл. и 2011 г.) тежестта на 20-те задачи с избираем отговор е 50%, на 5-те задачи с кратък отворен отговор - 20%, а на 3-те задачи с разширен отворен отговор - 30% (т.е. 10 задачи с избираем отговор по 2 точки, 10 задачи с избираем отговор по 3 точки, 5 задачи с кратък отворен отговор по 4 точки и 3 задачи с разширен отворен отговор - за описание - по 10 точки). До 2010 г. всеки от въпросите с избираем отговор се е оценявал с 2 точки (или 40 точки за всички въпроси), т.е. този модул е представлявал 40% от матурата. Задачите с отворен отговор са били 15% (т.е. по 3 точки на задача), а тези за описание - 45% (т.е. по 15 точки на задача). Поради различното оценяване на трите модула от матурата и различната им тежест при крайната оценка очакването е, че темите ще имат различни процентни стойности.

Тема	Брой точки			
	втора матура	трета матура	септемврийска	ОБЩО
Алгебра	31	31	31	93 31%
Степен и логаритъм	2	5	2	9 3%
Числови редици	8	2	5	15 5%
КВС	20	20	20	60 20%
Геометрия	8	11	24	43 14%
Тригонометрия	31	31	18	80 27%
ВСИЧКО	100	100	100	300 100%

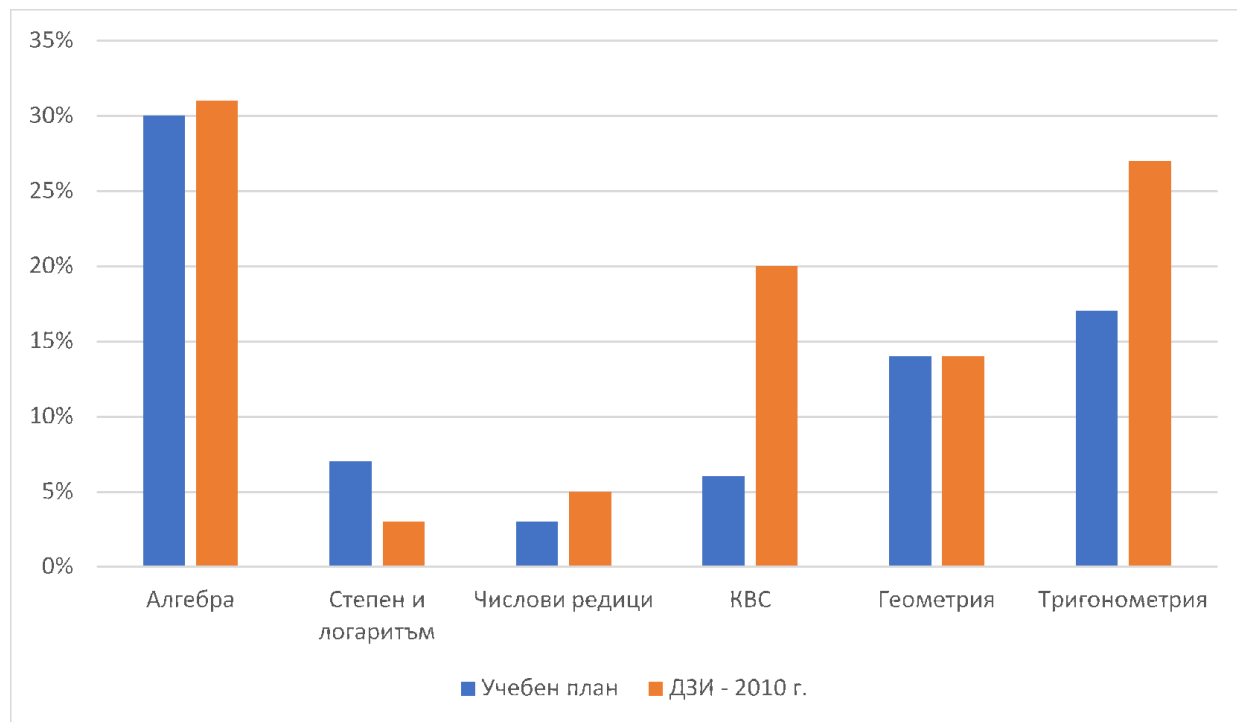
Както се вижда от таблицата по-горе, въпреки разликите в точкуването на задачите, темата "Алгебра" отново заема около 30% от матурата, а темата "КВС" - 20%. Правят впечатление ниските процентни стойности на темите "Степен и логаритъм" и "Числови редици". Темата "Геометрия" е с най-голяма разлика от точките между различните матури - 8 и 11 точки през майската сесия и 24 точки през септемврийската.

На графиката по-долу могат да се видят същите закономерности както и във вече разгледаните години. Най-голямо отново е несъответствието при "КВС" - 6% от часовете и 20% от матурата (почти 3 пъти и половина разлика), както и при "Тригонометрия" съответно със 17% и с 27%.

И през тази година "Степен и логаритъм" е била тема, без която ученик може да получи пълно 6 на всяка от трите теми. От разгледаните до момента години това е годината, в която темата "Числови редици" има най-малка тежест в матурата - едва 5%. Въпреки това тези проценти са почти двойно повече в сравнение с времето, отделено за изучаването на числови редици в часовете.

Въпреки разликите при точкуването на задачите и от таблицата с точките, и от

графиката със съпоставката между изучаваното в часовете и точките от матурата, процентно почти няма разлика за различните теми. Разлика в оценката би могла да се получи от това, че ученици, които не са напълно уверени в знанията си или пък имат пропуски и за които по-лесни са тестовите задачи, биха могли да получат по-висока оценка при начина на оценяване на матурата от 2011 г. насам. Също така, ако ученик не може да се справи (изцяло) с някоя от трите задачи за описание от третия модул на матурата, оценяването от 2011 г. насам би било в негова полза.



### 3.2.8 Разбор на задачите от ДЗИ - 2009 година по теми и точки

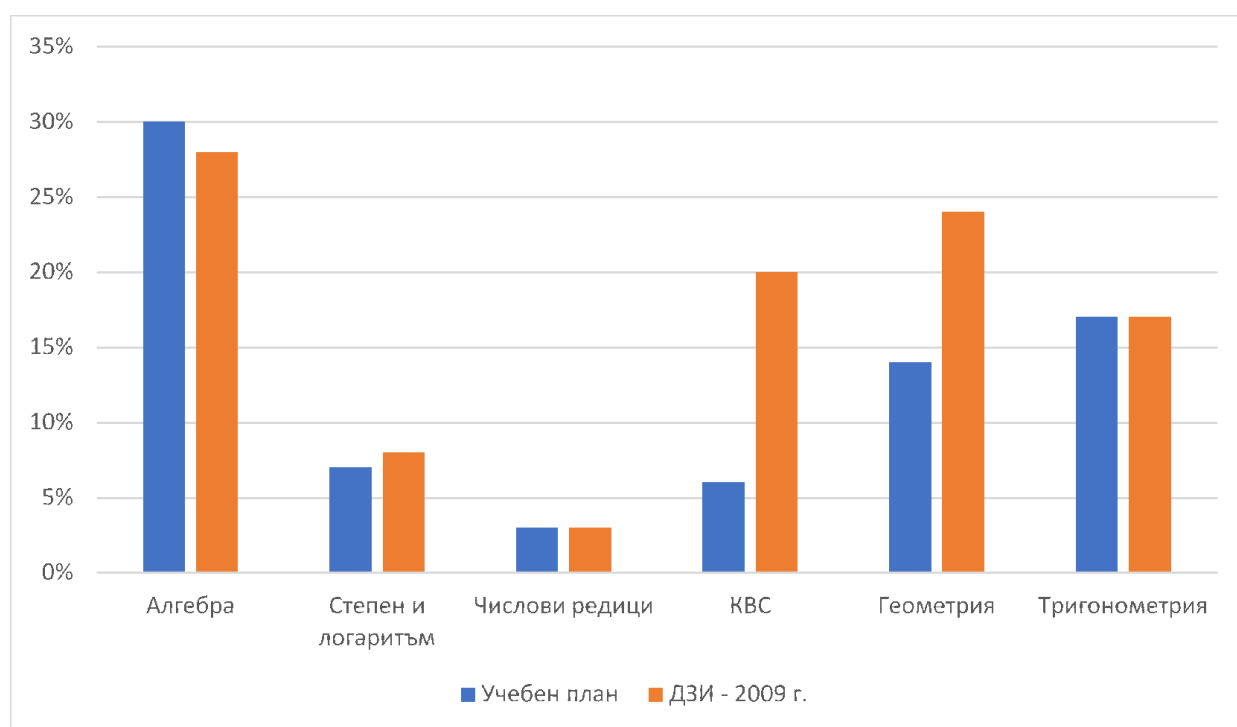
Тема	Брой точки			ОБЩО	
	втора матура	трета матура	септемврийска		
Алгебра	29	27	29	85	28%
Степен и логаритъм	8	10	5	23	8%
Числови редици	2	2	5	9	3%
КВС	20	20	19	59	20%
Геометрия	27	13	32	72	24%
Тригонометрия	14	28	10	52	17%
ВСИЧКО	100	100	100	300	100%

Както се вижда от таблицата по-горе, матурите през 2009 г. са били сравнително еднотипни по отношение на точките, които всяка тема от тях носи. Изключение правят темите “Геометрия” и “Тригонометрия”, които общо имат еднаква тежест, но по отделно са много различни. “Геометрия” е била оценена на 27, 13 и 32 точки съответно,



а “Тригонометрия” - на 14, 28 и 10 точки. Отново прави впечатление, че и през тази година ученик може да получи оценка Отличен 6,00 без да има каквито и да е знания по някоя от темите и това отново е темата “Числови редици”.

В сравнение с вече разгледаните години темите имат приблизително еднакви процентни дялове. Както се вижда и от графиката по-долу, повечето теми се изучават процентно приблизително колкото е тежестта им в матурата - това са темите “Алгебра”, “Степен и логаритъм”, “Числови редици” и “Тригонометрия”; както и отново при темите “КВС” и “Геометрия” има разминаване - 3 пъти и 1,5 пъти съответно. Следва да се отбележи, че от разгледаните до момента години през 2009 г. средната процентна тежест на темата “Тригонометрия” е била най-малка и е била процентно колкото тази тема се изучава в учебните часове.

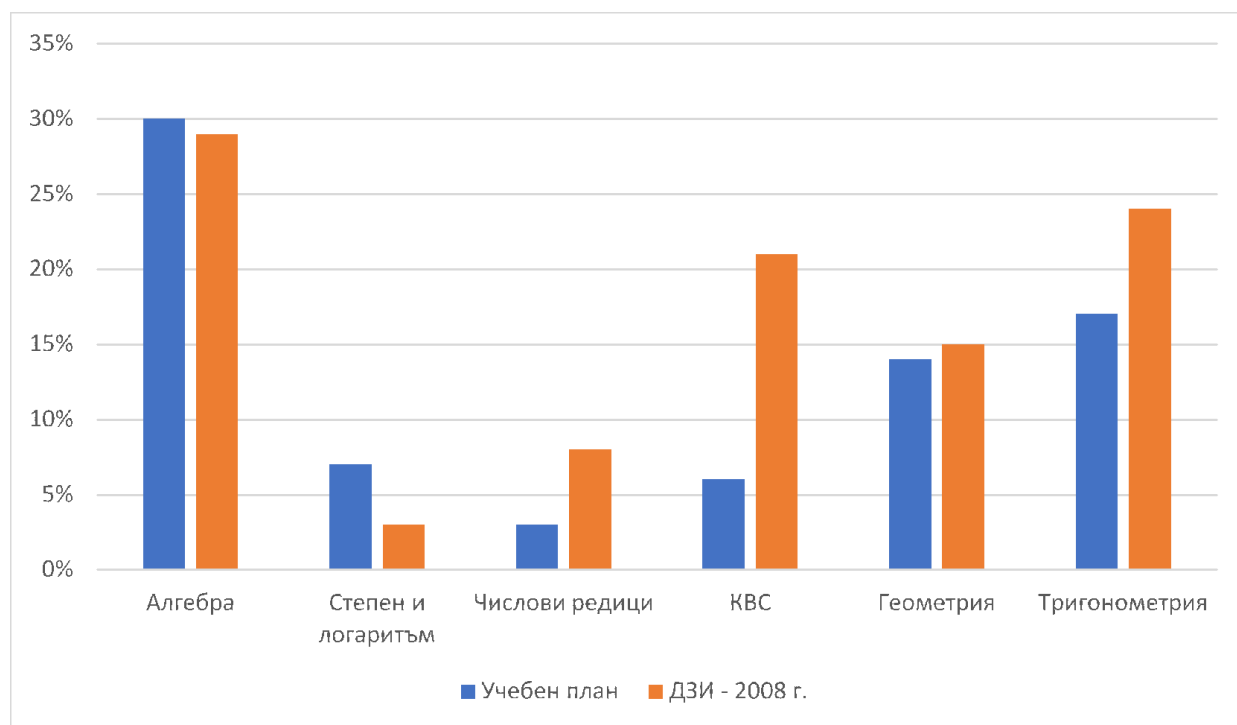


### 3.2.9 Разбор на задачите от ДЗИ - 2008 година по теми и точки

Тема	Брой точки			ОБЩО	
	втора матура	трета матура	септемврийска		
Алгебра	37	32	17	86	29%
Степен и логаритъм	4	2	4	10	3%
Числови редици	2	5	17	24	8%
КВС	20	20	22	62	21%
Геометрия	14	17	14	45	15%
Тригонометрия	23	24	26	73	24%
ВСИЧКО	100	100	100	300	100%

Както се вижда от таблицата по-горе, трите матури през 2008 г. са имали теми с доста различна тежест - темите “Алгебра” и “Числови редици” - в матурата от септемврийската сесия на темата “Алгебра” са се падали почти половината от обичайните за тази тема точки - едва 17 точки (в сравнение с 37 и 32 през майската сесия), а за темата “Числови редици” са се падали в пъти повече - също 17 (в сравнение с 2 и 5 през майската сесия).

Графиката по-долу показва съпоставката между процента часове, през които всяка от темите се изучава, и точките, които тази тема носи на матурата. Аналогично на други години, темите “Алгебра” и “Геометрия” се изучават приблизително колкото е тежестта им в матурата; темата “Степен и логаритъм” се изучава 2 пъти повече в сравнение с матурата; темата “Тригонометрия” се изучава по-малко; а темите “Числови редици” и “КВС” се изучават в пъти по-малко - 2 и 3,5 съответно.



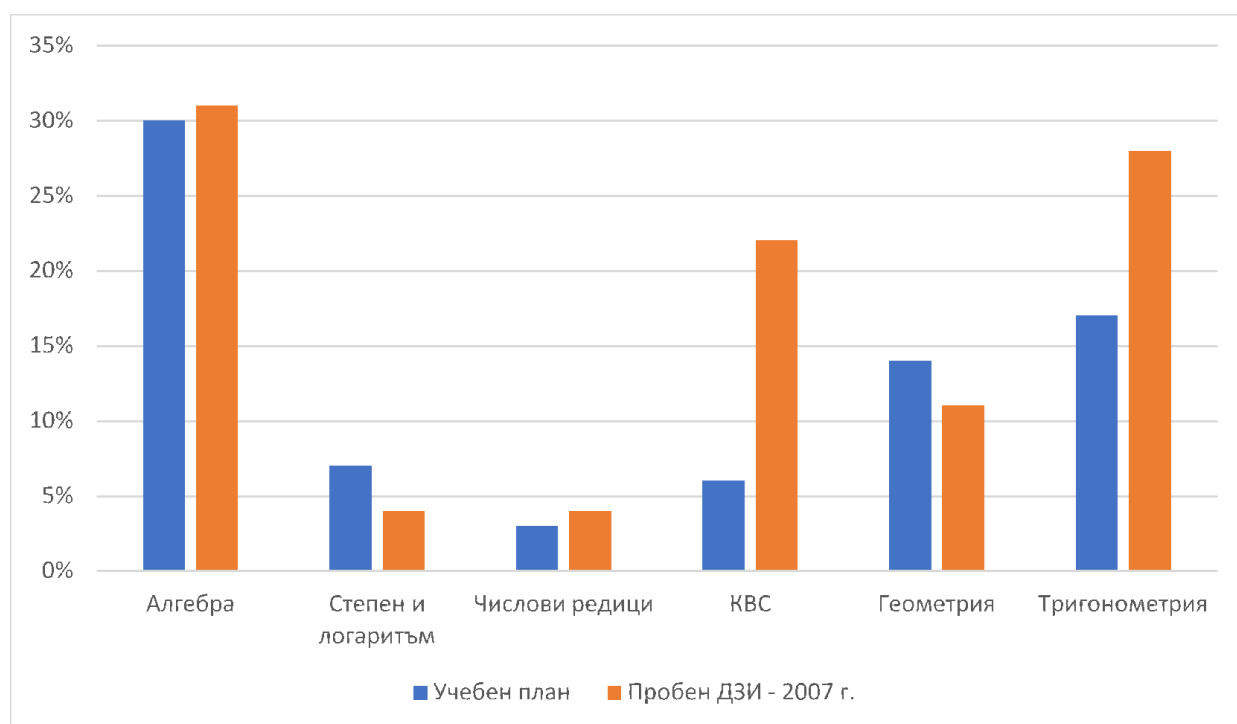
### 3.2.10 Разбор на задачите от пробен ДЗИ - 2007 година по теми и точки

През 2007 г. все още не са се провеждали матури. Тогава се е провела единствено пробна матура. В таблицата по-долу са показани точките по теми от нея.

Тема	Брой точки	
Алгебра	31	31%
Степен и логаритъм	4	4%
Числови редици	4	4%
КВС	22	22%
Геометрия	11	11%
Тригонометрия	28	28%
ВСИЧКО	100	100%

Тъй като през 2007 г. е имало само една (пробна) матура, няма как да се направи сравнение между точките по теми при различните матури (както за всички останали години). Може да бъде направен коментар обаче за процентните стойности на темите в сравнение с други години и в сравнение с процента часове, предвидени за изучаване на съответните теми.

На графиката по-долу е показана точно тази съпоставка. Важно е да се отбележи, че в тази тема са едновременно най-високият процентен дял на темата “КВС” - 22% (заедно с 2012 г.) и едни от най-ниските процентни дялове на темите “Степен и логаритъм” и “Числови редици” - и двете по 4% (“Степен и логаритъм” е имала по-ниска процентна стойност - 3% през 2008 г. и 2010 г., а темата “Числови редици” - също 3% - единствено през 2009 г.).

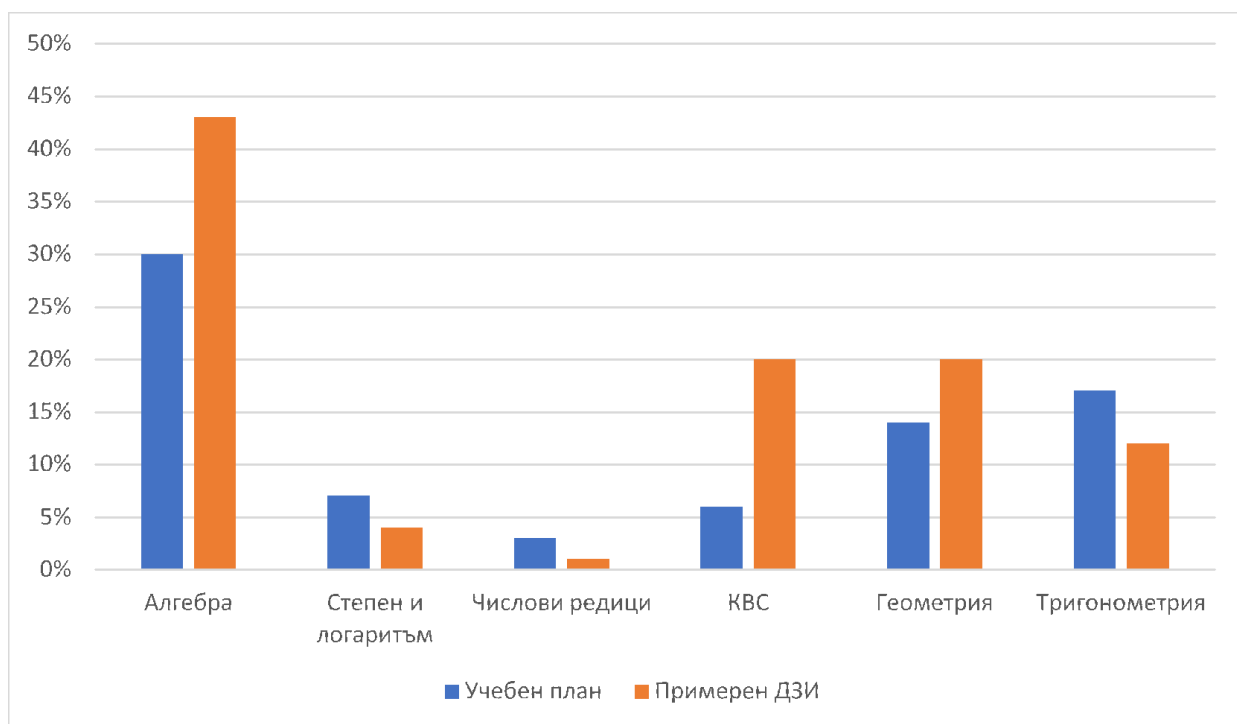


### 3.2.11 Разбор на задачите от примерен ДЗИ (от сайта на МОН) по теми и точки

Освен всички държавни зрелостни изпити, давани до момента, на сайта на МОН е качена и една примерна матура. Точките от нея са помести в таблицата по-долу, а графиката след това показва съпоставка с предвидения процент часове по учебна програма за изучаване на темата.

Отново, тъй като примерната матура е единствена, не може да се направи съпоставка за тежестта на всяка от темите в различните матури. Важно е да се отбележи, че темата “Алгебра” в примерната матура е била цели 43%, което е с над 10% повече от обичайната тежест на тази тема в матурата по математика. Също така темата “Тригонометрия” е едва 12%, което е най-малкият процент точки за тази тема измежду всички наистина проведени матури.

Тема	Брой точки	
Алгебра	43	43%
Степен и логаритъм	4	4%
Числови редици	1	1%
КВС	20	20%
Геометрия	20	20%
Тригонометрия	12	12%
ВСИЧКО	100	100%



Нещо, които прави впечатление и следва да бъде коментирано, е изключително малкият процент на една от темите - темата “Числови редици” - едва 1%. Тази тема е получила 1 процент, защото единствената задача от матурата, в която учениците биват тествани върху знанията им за числови редици, е следната:

17. Дължините на страните на правоъгълен триъгълник образуват аритметична прогресия с разлика 3. Радиусът на вписаната окръжност е:

а) 3      б) 7,5      в) 6      г) 4,5

Тази задача е добър контрапример за това каква една изпитна задача *не* трябва да бъде. Анализ на качествата на задачите в матурата не е тема на настоящата разработка, но предвид изключително ниския процент на темата “Числови редици” в примерната матура от сайта на МОН, следва да бъдат показани и причините за това.

Първата и най-очевидна (и най-лесно поправима) причина за това са отговорите, които следва да бъдат подредени във възходящ (или евентуално низходящ) ред.

Друга причина е, че всяка тестова задача следва да проверява *едно* знание/умение на ученика. Тук, за да може ученик успешно да реши задачата, трябва да знае какво е аритметична прогресия с разлика 3. Това трябва да бъде съчетано с информацията,

че триъгълникът е правоъгълен, което за повечето ученици би означавало прилагане на Питагорова теорема. За по-наблюдателните и с повече опит ще е очевидно, че става въпрос за триъгълника 3-4-5, след като страните му са увеличени 3 пъти. На края, за да реши докрай задачата, ученикът трябва да съобрази и, че радиусът на вписаната окръжност е равен на сбора на катетите минус хипотенузата, разделено на 2.

И всичко това за едва 2 точки. Дори без да реши тази задача, ученик може да получи оценка Отличен 6,00 на примерната матура; и без да има никакви знания от темата “Числови редици”. Дори, 6,00 може да бъде получена без знания по тази тема и също така по темата “Степен и логаритъм”, чиято тежест е 4% - минималните точки за 6,00 са 95.

### 3.2.12 Разбор на задачите от всички разгледани ДЗИ от 2016 година до 2008 година, от пробен ДЗИ - 2007 година и от примерен ДЗИ по теми и точки

Тема	%	Брой точки											ОБЩО	
		часове	16	15	14	13	12	11	10	09	08	07		пр.
Алг.	30%		28	28	28,3	31,7	22	26	31	28	29	31	43	≈30%
Ст. и лог.	7%		6	6	4	2,7	4,5	7	3	8	3	4	4	≈5%
Числ. р.	3%		16	6	9,3	6,3	7,5	8	5	3	8	4	1	≈7%
КВС	6%		11	17	15,3	14,7	22	18	20	20	21	22	20	≈18%
Геом.	14%		8	16	24	21,7	21	18	14	24	15	11	20	≈17%
Триг.	17%		31	27	19	23	23	23	27	17	24	28	12	≈23%

Както и в коментарите за всяка от годините, и тук следва да бъдат отбелязани отношенията между точките от матурите и процента часове, през които дадена тема се изучава.

От таблицата по-горе се вижда, че, въпреки някои разлики в точките през годините, по-голямата част от темите имат сравнително постоянни процентни дялове от матурата по математика през годините. Това е основание да предполагаме, че различно разпределение на същия материал по часове и през годините (при същия общ брой часове и същия брой часове за всяка от учебните години), така че процента часове на изучаване на темата в училище да е приблизително равен на процента точки от ДЗИ, ще доведе до по-добра подготовка и по-добри резултати на ученици, изучаващи математика непрофилирано (на I равнище). Две примерни преразпределения на материала са представени в подсекции 3.6 и 3.7 по-нататък в изложението.

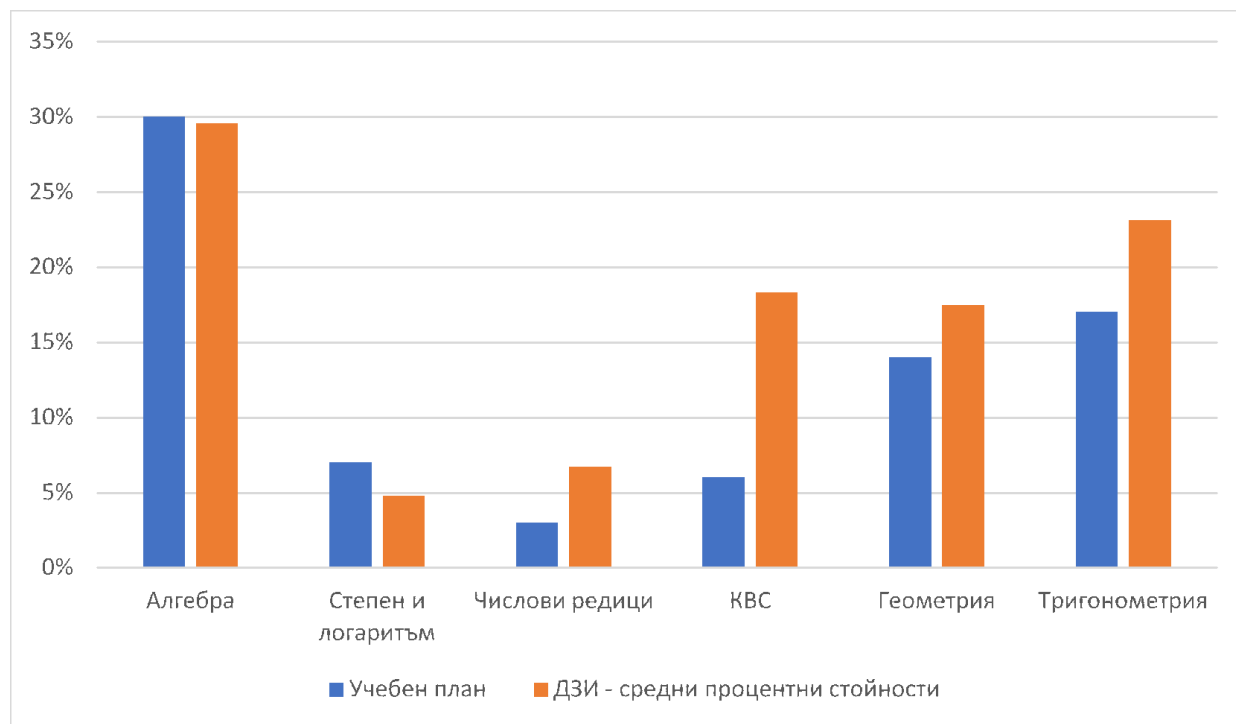
По-детайлен анализ на точките от ДЗИ по теми е направен в следващата секция на изложението.

Както се вижда от таблицата по-долу, темата “Алгебра” почти няма нужда от промяна на процента часове, през които се изучава. Това, което трябва да се разгледа, е как материалът да се реструктурира, така че учениците с пропуски да могат да наваксат, а тези с по-изявени интереси да могат да се развиват допълнително и да се запознаят с повече типове и по-сложни задачи.

При останалите теми има разминавания, като при всички теми освен темата “Степен и логаритъм” процентът точки на матурата е по-висок от процента часове, през

които темата е изучавана. Темата “Степен и логаритъм” е по-особена от останалите не само заради по-малкия процент точки от ДЗИ, но също и защото този процент е толкова нисък, че оценка “Отличен” и дори 6,00 може да бъде получена без тази тема. Затова за учениците с повече пропуски тя може да не бъде преподавана.

От останалите четири теми темата “КВС” има най-голяма нужда от промяна на броя часове, през които се изучава. Как ще се случат тези промени е показано в под-секции 3.6 и 3.7 по-нататък в изложението.



### 3.3 Съпоставка между броя часове по темата според разпределението на материала и според броя точки, на които е оценена задачата в матурата

#### 3.3.1 Тема “Алгебра”

Темата “Алгебра” се изучава в 30% от часовете по математика според разпределението на материала.

Година	втора	трета	септемврийска	средно
2016 г.	31	31	21	28
2015 г.	27	29	27	28
2014 г.	29	27	29	28,3
2013 г.	31	33	31	31,7
2012 г.	19	19 и 29	21	22
2011 г.	24	28	25	26
2010 г.	31	31	31	31
2009 г.	29	27	29	28
2008 г.	37	32	17	29
2007 г.	31			31
примерна	43			43

Размер на популацията: 30

Средноаритметично: 28,3

Медиана: 29

Мода: 31

Най-малка стойност: 17

Най-голяма стойност: 43

Размах: 26

Интерквартилен размах: 4,5

Първи квартил: 26,5

Трети квартил: 31

Стандартно отклонение: 5,267

Квартилно отклонение: 2,25

Outlier-и: 17, 19, 19, 43

Както се вижда от представените данни, средноаритметичното, медианата и модата на точките, падащи се на темата “Алгебра” на 30-те матури до момента, са близки по стойност, а интерквартилният размах е сравнително малък. Това е предпоставка да считаме, че при подходящо преразпределение на материала в рамките на 28% (средноаритметично - най-малкото от трите разгледани средни) до 31% (мода - най-голямото от трите разгледани средни) от часовете по математика, това ще доведе до по-добро представяне на учениците на ДЗИ по математика. Тъй като реалният процент часове, в които се изучава темата “Алгебра” - 30%, попада в интервала от 28% до 31%, на практика няма да са наложителни големи промени по тази тема.

Важната промяна тук ще бъде да се направи структура от цели на обучението, заедно с необходимите предварителни знания, както и очакваното ниво на учениците. Разделението на учениците на групи по нива е представено и разяснено в следващата секция на изложението.

### 3.3.2 Тема “Степен и логаритъм”

Темата “Степен и логаритъм” се изучава в 7% от часовете по математика според разпределението на материала.

Година	втора	трета	септемврийска	средно
2016 г.	6	6	6	6
2015 г.	8	2	8	6
2014 г.	2	8	2	4
2013 г.	2	4	2	2,7
2012 г.	2	2 и 6	8	4,5
2011 г.	6	8	8	7
2010 г.	2	5	2	3
2009 г.	8	10	5	8
2008 г.	4	2	4	3
2007 г.	4			4
примерна	4			4

Размер на популацията: 30

Средноаритметично: 4,87

Медиана: 4,5

Мода: 2

Най-малка стойност: 2

Най-голяма стойност: 10

Размах: 8

Интерквартилен размах: 6

Първи квартил: 2

Трети квартил: 8

Стандартно отклонение: 2,5

Квартилно отклонение: 3

Outlier-и: няма

Темата “Степен и логаритъм” е единствената от шестте теми, която се изучава през по-голям процент от часовете, отколкото е тежестта ѝ в матурата по математика.

Както се вижда от данните по-горе, средноаритметичното и медианата са много близки по стойност, но модата е с доста по-малка стойност. Интерквартилният размах е доста голям предвид отделните точкови стойности на тази тема в матурите през годините. Поради това и поради ниския процент на темата в ДЗИ при преразпределението на материала за учениците с повече пропуски тя няма да бъде включена.



### 3.3.3 Тема “Числови редици”

Темата “Числови редици” се изучава в 3% от часовете по математика според разпределението на материала.

Година	втора	трета	септемврийска	средно
2016 г.	16	16	16	16
2015 г.	6	6	6	6
2014 г.	6	16	6	9,3
2013 г.	5	5	9	6,3
2012 г.	6	6 и 6	12	7,5
2011 г.	15	5	3	8
2010 г.	8	2	5	5
2009 г.	2	2	5	3
2008 г.	2	5	17	8
2007 г.	4			4
примерна	1			1

Размер на популацията: 30

Средноаритметично: 7,3

Медиана: 6

Мода: 6

Най-малка стойност: 1

Най-голяма стойност: 17

Размах: 16

Интерквартилен размах: 5

Първи квартил: 4,75

Трети квартил: 9,75

Стандартно отклонение: 4,859

Квартилно отклонение: 2,5

Outlier-и: няма

Както се вижда от представените данни, медианата и модата са равни и са близки по стойност до средноаритметичното. Макар размахът е сравнително голям, интерквартилният размах е относително малък и няма outlier-и. Това е предпоставка, че подходящото преразпределение на материала в рамките на 6-7% от учебните часове по математика ще доведе до по-голяма увереност и по-добро представяне на учениците на ДЗИ по математика. Процентите, падащи се на темата “Числови редици” спрямо точките от матурата, са 2 пъти повече от процента часове, през които тази тема се изучава. Това е причина при преразпределението на материала той да се структурира по такъв начин, че преподаването му да отговаря на задачите от матурата, както и да ги надгражда, където това е възможно и уместно.

Например, въпреки че по учебна програма е заложено ученикът да “Стандарт 1: Може да конструира числова редица по дадено правило”, на практика при разпределението на материала преди запознаване с аритметична и геометрична прогресия има само 3 учебни часа, отделени за “Числова редица. Определения” - 1 учебен час за нови

знания и 2 учебни часа за упражнение. В матурата, особено през последните години, има задача, изискваща от учениците да намерят стойността на член с даден номер при дадена формулата за общия член на редицата, или задача, изискваща намирането на номера на член с дадена стойност при дадена формулата за общия член на редицата. Важно е да се отбележи, че съгласно Наредба №1 от 11.04.2003 год. за учебно-изпитните програми за държавните зрелостни изпити, Приложение №9 към чл. 4, т. 9 (Изм. - ДВ, бр. 98 от 2006 год. в сила от 05.12.2006 год. ) - Учебно-изпитната програма за държавен зрелостен изпит по математика в материала за матурата включва “Алгебра: Числови редици: аритметична прогресия и геометрична прогресия, лихва”, което не включва намиране на член с даден номер или на номера на член с дадена стойност за редици, които не са нито аритметична прогресия, нито геометрична прогресия.

Примери за такива задачи са:

- задача 12 от 20 май 2016 г.:

*Последният член на редицата с общ член  $a_n = n(n - 7)$  е 60. Броят  $n$  на членовете на тази редица е:*

A) 5      B) 12      C) 17      D) 60

- задача 12 от 30 май 2016 г.:

*Намерете стойността на произведението  $a_1 a_3 a_5$ , където  $a_1$ ,  $a_3$  и  $a_5$  са членове на редицата с общ член  $a_n = (-1)^n \cdot n^2 + 2$ .*

A) -161      B) -23      C) 23      D) 161

- и други.

### 3.3.4 Тема “КВС”

Темата “КВС” се изучава в 6% от часовете по математика според разпределението на материала.

Година	втора	трета	септемврийска	средно
2016 г.	10	10	14	11
2015 г.	16	20	16	17
2014 г.	20	6	20	15,3
2013 г.	14	20	10	14,7
2012 г.	24	20 и 24	19	22
2011 г.	17	20	17	18
2010 г.	20	20	20	20
2009 г.	20	20	19	20
2008 г.	20	20	22	21
2007 г.	22			22
примерна	20			20

Размер на популацията: 30

Средноаритметично: 18

Медиана: 20

Мода: 20

Най-малка стойност: 6  
 Най-голяма стойност: 24  
 Размах: 18  
 Интерквартилен размах: 4  
 Първи квартил: 16  
 Трети квартил: 20  
 Стандартно отклонение: 4,243  
 Квартилно отклонение: 2  
 Outlier-и: 6

Както се вижда от данните, и при темата “КВС” медианата и модата са равни по стойност (18) и много близки до средноаритметичното (20). Има само един outlier - 6, и сравнително малък интерквартилен размах - едва 4. Това предполага, че преразпределение (с евентуално разширение) на материала (и на разглежданите примери), така че да обхване между 18% и 20% от учебните часове, ще подобри нивото на учениците по тази тема, както и тяхното представяне на ДЗИ по математика.

Получените от изследването на резултатите от матурата стойности - от 18% до 20%, са 3 до 3,3 пъти повече от процента на часовете, отделени за изучаване на темата в училище - едва 6%. Увеличение от 3 пъти на броя часове предполага по-голямо задълбочаване в материята, подкрепено с повече примери. Също така за началното усвояване на материала по темата не се изискват и не се очакват предварителни знания, затова би било добре част от часовете при преразпределението на материала да бъдат в VIII и IX клас - класове, в които по учебна програма и по разпределението на материала в момента темата “КВС” не се изучава изобщо. По този начин учениците ще имат повече време да свикнат с терминологията и да се ориентират какви типове задачи биха могли да очакват.

### 3.3.5 Тема “Геометрия”

Темата “Геометрия” се изучава в 14% от часовете по математика според разпределението на материала.

Година	втора	трета	септемврийска	средно
2016 г.	6	7	11	8
2015 г.	16	14	18	16
2014 г.	20	25	27	24
2013 г.	24	25	16	21,7
2012 г.	28	16 и 10	31	21
2011 г.	11	21	22	18
2010 г.	8	11	24	14
2009 г.	27	13	32	24
2008 г.	14	17	14	15
2007 г.	11			11
примерна	20			20

Размер на популацията: 30  
 Средноаритметично: 17,97  
 Медиана: 16,5  
 Мода: 11  
 Най-малка стойност: 6  
 Най-голяма стойност: 32  
 Размах: 26  
 Интерквартилен размах: 13,25  
 Първи квартил: 11  
 Трети квартил: 24,25  
 Стандартно отклонение: 7,167  
 Квартилно отклонение: 6,625  
 Outlier-и: няма

Както се вижда от таблицата с точките от отделните матури на предходната страница, а и от данните по-горе, темата “Геометрия” е получавала точки от 6 до 32 на различните матури. Няма outlier-и, а интерквартилният размах е доста голям. Също така стойностите на трите разглеждани средни не са много близки: средноаритметичното е почти 18, медианата е 16,5, а модата е 11. 14-те процента от часовете, през които се изучава темата в училище, попадат в интервала от 11 до 18%. Усвояването на геометричните свойства на фигурите и умението да се решават геометрични задачи на базата на тези свойства е основата на решаването на геометрични задачи с помощта на тригонометрия. Затова за ученици с повече пропуски, които биха имали трудности при изучаването на тригонометрия, темата “Геометрия” може да бъде преподавана и изучавана и през по-голям процент от часовете - 20% и дори до 30%. Където е необходимо, дори част от часове могат да бъдат използвани за затвърждаване на знания от VII клас и вникване в същността на основните твърдения, които ще се използват и по-нататък в обучението по геометрия. За учениците, показали високи резултати и солидни знания на Националното външно оценяване в края на VII клас, процентът часове, през които се изучава тази тема може да бъде по-малък с цел да могат да бъдат разгледани и други теми - допълнителни, невключени в учебно-изпитната програма за ДЗИ по математика.

### 3.3.6 Тема “Тригонометрия”

Темата “Тригонометрия” се изучава в 17% от часовете по математика според разпределението на материала.

Година	втора	трета	септемврийска	средно
2016 г.	31	30	32	31
2015 г.	27	29	25	27
2014 г.	23	18	16	19
2013 г.	24	13	32	23
2012 г.	21	37 и 25	9	23
2011 г.	27	18	25	23

2010 г.	31	31	18	27
2009 г.	14	28	10	17
2008 г.	23	24	26	24
2007 г.	28			28
примерна	12			12

Размер на популацията: 30

Средноаритметично: 23,57

Медиана: 25

Мода: 18, 25 и 31

Най-малка стойност: 9

Най-голяма стойност: 37

Размах: 28

Интерквартилен размах: 11,25

Първи квартил: 18

Трети квартил: 29,25

Стандартно отклонение: 7,13

Квартилно отклонение: 5,625

Outlier-и: няма

Както се вижда по-горе, има три моди - 18, 25 и 31, една от които (25) е и медиана. Средноаритметичното 23,57 е близо до тази стойност. Няма outlier-и, но размахът на популацията, както и интерквартилният размах са с доста големи стойности. Това предполага за темата “Тригонометрия” да са отделени различни проценти от часовете в зависимост от нивото на учениците. Разделението на учениците на групи по нива е представено и разяснено в следващата секция на изложението.

В зависимост от силните страни на учениците учителят може да се концентрира върху опростяване на тригонометрични изрази, доказване на тригонометрични тъждества и решаване на тригонометрични уравнения (и дори неравенства, ако аудиторията го позволява), ако учениците са по-уверени в темата “Алгебра”. Ако учениците се справят по-добре с темата “Геометрия”, учителят би могъл да се фокусира върху правоъгълен триъгълник, синусова и косинусова теорема и приложенията им в геометрични задачи.

### 3.4 Разделение на учениците на групи по нива според знанията и уменията им

Сериозен проблем при преподаването и усвояването на материала от учениците е голямата разлика в нивото на учениците в един и същи клас. Причина за наличието на този проблем е класно-урочната система. Бивайки приети в дадено училище след VII клас, учениците се разпределят по паралелки, в които остават до XII клас, като това разпределение понякога е на произволен принцип, а друг път е зависимо от профилите, които учениците са избрали (и в такъв случай в рамките на една паралелка може да има ученици, приети с много висок бал, както и такива с доста по-нисък - което предполага значителна разлика в нивото от самото начало).

Едно възможно разрешение на проблема с голямата разлика в нивото на учениците в една и съща паралелка е премахването на класно-урочната система и въвеждане на система с нива.

#### Как работи такава система?

Учениците от целия випуск имат математика (същото може да се приложи и за всеки от останалите предмети) по едно и също време. Разделят се не по обичайните си паралелки, а спрямо резултатите от тестове, определящи нивото им. Такива тестове се провеждат периодично - например два или три пъти в рамките на учебната година. Това се прави с цел във всяка от групите да няма “напредващи” и “изоставащи” ученици. “Напредващите” ученици ще бъдат преместени в група, отговаряща на по-високо ниво, а “изоставащите” - в група, отговаряща на текущото им ниво. По този начин всички ученици са в най-подходящата група за техните знания и умения за момента. Макар да е възможно да се “прескача” по повече от една група, е по-добре преместването на ученик да е в непосредствено по-силна или по-слаба група, за да се избегне стреса за учениците, ако се окаже прекалено сложно за тях, както и да се избегне намаляване на прогреса, ако учениците изведнъж се окажат в доста по-слаба група в сравнение с това, с което са свикнали.

#### Какви са недостатъците? Какво трябва да се промени и какво още трябва да се направи?

Основен недостатък и пречка при имплементиране на система с нива, както вече беше споменато, е класно-урочната система. Наличието на дневник само на хартиен носител е пречка, тъй като нанасянето на отсъствия и оценки значително ще се усложни. Също така ученици от различните групи ще взимат различен материал по едно и също време и няма как това да бъде отразено в дневника. За въвеждане на система с нива е необходимо използването на електронен дневник, при който администратор да зададе групите ученици. По този начин административната част на урока ще протече много по-гладко и бързо.

За да е възможно разпределяне на учениците по нива, е необходимо да бъдат подготвени диагностични тестове, които да определят нивото на всеки ученик. Тези тестове трябва да бъдат внимателно подготвени, спазвайки всички правила за писане

на тестови задачи, както и придържайки се към формата на ДЗИ по математика. Възможна е направата на готови тестове, но също така е добре да има банка от задачи, до която учителите да имат достъп - задачи, които да следват формата на матурата, по всяка от темите. Те ще могат да бъдат използвани както за примери в часовете, така и за мини-тестове за проверка на усвояването на материала и прогреса на учениците. Важно е да има и примерни теми, както и примерни задачи, но учениците да нямат достъп до реалните тестове, спрямо които ще се определя нивото им. За да е възможно преместването на ученик в по-силна или по-слаба група, би било добре всички ученици да полагат еднакви тестове за определяне на нивото (групата).

Организацията и провеждането на такива тестове също може да се окаже проблем. За да бъдат всички ученици при равни условия, е необходимо всички тестове/изпитвания да се случват по едно и също време, на едно и също място. Това може да бъде физкултурен салон, столова или друга голяма зала. Учениците трябва да бъдат разположени така, че да не могат да обменят информация помежду си - по един на чин и достатъчно далече едни от други.

Друга пречка за въвеждането на система с нива са текущите, срочните и годишните оценки. В момента, макар да няма специални изисквания за типа задачи, с които учениците да бъдат изпитвани, и това да се решава еднолично от учителя, всички ученици от даден клас (випуск) биват изпитвани върху един и същи материал. Но с настоящата програма по математика и разпределение на материала, ако даден ученик има пропуски в началото на VIII клас (или пропуски се появят в някакъв момент от гимназиалния курс на обучение), реално няма шансове да ги навакса в рамките на редовните часове по математика в училище. Избягвайки от класно-урочната система и преминавайки към система с нива с цел максимизиране на прогреса на учениците, би следвало да се оценява именно това. За целта следва да бъдат специално разработени критерии за всяка от темите, за всяка единица знание, за всяко едно умение, които да проверяват нивото на ученика преди да започне да изучава темата, както и след като приключи. Тези критерии трябва да бъдат следвани от всички учители стриктно и по такъв начин, че ако ученик се премести от едно училище в друго, спрямо предоставената информация от тестове за определяне на нивото/текуща проверка на прогреса, този ученик да бъде поставен в точната група спрямо нивото си. Оценките си ученик трябва да получава спрямо прогреса, който показва (и за това трябва да има точна и ясна скала), а не спрямо дадено знание.

Разбира се, не на последно място като пречка са и учителите или по-точно (ниското) заплащане на труда им. При класно-урочната система и цялостната организация на учебния процес в момента учителите масово преподават един и същи материал няколко пъти - на всяка от паралелките в рамките на випуска, в който преподават. Това предполага сравнително малко време за подготовка на уроците. При предложената промяна (почти) всички часове на един учител ще бъдат различни, което ще изисква в пъти повече време за подготовка. Това ще намали от свободното време на учителите, т.е. от времето, в което дават частни уроци, а оттам - и приходите им. За да се задържат учителите в училище при въвеждане на такава промяна, заплащането им следва да бъде увеличено, за да компенсира повечето труд, който те трябва да положат. За да бъдат мотивирани учителите, следва в началото на учебната година в зависимост от групите, които са им поверени, да бъдат поставени конкретни цели (по-специално за учениците от XII клас), чието постигане да е минимум за учителя. Когато даден

учител постигне повече от поставените му цели, следва да има система, по която да получава бонуси. Тези бонуси не трябва да зависят от годините трудов стаж или от конкретните оценки на учениците на матура (или представянния по състезания), а от целите, поставени пред учителя в началото на учебната година, и от това колко над тях е успял да стигне съответният учител.

### **Примерно разделение по нива:**

По-долу е представено примерно разделение на учениците по нива. Това разделение е сравнително грубо и повърхностно и целта му е да зададе идейни граници за всяко от нивата. Прецизиране следва да бъде направено след като тези нива са приложени на практика с ученици и от резултатите са направени изводи и са приложени в разделието по нива, както и в разпределението на материала по часове за различните групи. Тези нива обхващат всички ученици - не само тези, които не изучават математика профилирано, но също и учениците от математически гимназии и в частност тези от националните и от разширените отбори.

#### Ниво 0:

Това е най-ниското ниво. По подразбиране всички ученици би следвало да започват от ниво 0 (тъй като в момента няма нива за ученици под VIII клас). Ако подобна система се разработи за ученици до VII клас включително, очевидно учениците от профилирани училища и математически гимназии с прием след IV клас ще започват на по-високо ниво. Въпросът за определяне на първоначалното ниво на учениците, изучаващи профилирана математика, няма да бъде дискутиран сега, тъй като фокусът на разработката са учениците, които изучават минималния брой часове по математика. За тези ученици ниво 0 означава, че към момента те не биха могли да получат оценка Среден 3,00, ако се явят на матура по математика след XII клас, и това би била тяхната цел - да "вземат" ДЗИ. За ниво 0 подходящ вариант би било учениците да се концентрират върху първия модул от матурата - задачите с избираем отговор, тъй като другите два модула изискват по-задълбочени знания и по-сериозни разсъждения.

#### Ниво 1:

За тези ученици се предполага, че биха могли да получат оценка 3,00 на ДЗИ по математика. Тяхната цел е оценка 4,00 на ДЗИ. Както и за ниво 0, за ниво 1 би било подходящо учениците да се подготвят основно за задачите с избираем отговор от матурата.

#### Ниво 2:

За тези ученици се предполага, че биха могли да получат оценка 4,00 на ДЗИ по математика. Тяхната цел е оценка 5,00 на ДЗИ. Освен задачи с избираем отговор, от тези ученици ще се очаква да могат да решават и задачи от втория модул на матурата - такива с кратък отворен отговор.

#### Ниво 3:

За тези ученици се предполага, че биха могли да получат оценка 5,00 на ДЗИ по математика. Тяхната цел е оценка поне 5,50 и дори близо до 6,00 на ДЗИ.



Ниво 4:

Това е нивото за учениците, от които се очаква да получат висока оценка на матурата - над 5,50 и дори близо до 6,00, но освен това могат да поемат допълнително натоварване и да се подготвят за явяване на КСИ по математика в рамките на редовните часове в училище. За КСИ на кое ВУЗ ще се подготвят тези ученици следва да бъде решено от училището (ръководството на училището или учителите по математика). Където по-долу в изложението са използвани примери, те са на база на КСИ “Математика 2” за СУ.

До тук са нивата, които би следвало да се срещат в училища (и паралелки), в които математиката не е профилиращ предмет. Разбира се в “елитните” езикови гимназии, очакването е да няма началните нива, а в “кварталните” средни училища - да липсват по-високите, но най-вероятно нито при едните, нито при другите ще има достатъчно ученици, които да формират групи за нива 5 и нагоре. Нивата от 5 нагоре следва да са нивата, които се срещат при профилирано изучаване на математика. Очакването е, че в математическите гимназии най-ниското ниво (ако изобщо има ученици с това ниво) ще е ниво 4. Учениците от най-високите нива най-вероятно няма да са достатъчно на брой, за да бъдат отделени всяко ниво в отделна група и затова ще бъде ръцете на учителите им да диференцират задачите, които им поставят в час, за да могат учениците да извлекат максимална полза от обучението си по математика в гимназията.

Ниво 5:

Освен отлична оценка на ДЗИ по математика и подготовка за КСИ, това ниво предполага учениците да имат желание и за допълнителни изяви, а именно - подготовка за Общински кръг на Националната олимпиада по математика.

Ниво 6:

Това ниво включва оценка “Отличен” на ДЗИ, висока оценка на КСИ, както и успешно преминаване на Общински кръг на НОМ и подготовка за Областен кръг.

Ниво 7:

В ниво 7 освен ДЗИ, КСИ, Общински и Областен кръг на НОМ, се очаква учениците да бъдат подготвени и за участие на национални състезания - Есенен математически турнир, Зимни математически състезания, Пролетен математически турнир, както и на тези състезания да показват резултати (не непременно награди).

Ниво 8:

Ниво 8 е за учениците, които освен отлични оценки на ДЗИ и КСИ и участия в Общински и Областен кръг на НОМ, в ЕМТ, ЗМС и ПМТ, като резултат от тези си участия са се класирали за контролни за МОМ и БОМ - т.е. учениците от разширените национални отбори.

Ниво 9:

Това ниво доста се припокрива с предходното. Разликата е, че в него са учениците, стигнали до самите отбори за МОМ и БОМ (и МБОМ за ученици от VIII клас). Ясно е, че в това ниво ще попадат много малко ученици от цялата страна и за тях няма

да може да бъде формирана отделна група в училищата им - те ще трябва да бъдат обучавани заедно с учениците от ниво 8 и може би дори ниво 7. Идеята на това ниво е да отличи тези ученици и да им даде предимства пред останалите - предложени по-нататък в изложението - 3.8.

#### Ниво \*:

Това ниво е означено със \*, а не с номер, тъй като то се отличава от градацията, в която вървят останалите нива. Ниво \* е предназначено за ученици, покриващи поне ниво 4, които обаче не искат да се занимават със състезателна математика. Това са ученици със знания и умения, които могат да поемат допълнителен материал по математика. Времето, останало в часовете след покриване на материала от задължителната подготовка по математика, следва да бъде запълнено с теми от университетски курсове по математика, например от курсовете “Линейна алгебра” (действия с матрици), “Аналитична геометрия” (уравнение на права и равнина, среда на отсечка, линейна зависимост и независимост), “Диференциално и интегрално смятане” (основни производни и интеграли), “Дискретна математика” (действия с множества, математическа логика, основи на езици и автомати), “Математическо оптимизиране” (транспортна задача, симплекс метод). Основните теми от тези курсове са често срещани, дори ученикът да не планира да учи математика в университет, а ще се насочи към инженерни, икономически или природни науки.

За да работи такова разделение по нива, е необходимо за всяка тема и за всяка от съставлящите я подтеми да се направи разделение на единици цели на обучението. За всяка една цел трябва да бъдат посочени необходимите предварителни знания и очакваното ниво на учениците, изучаващи този материал. Създаването на такава структура не е предмет на настоящата разработка, тъй като изисква екип от хора, а резултатът ще бъде твърде обемен, за да бъде част от дипломна работа. Затова в подсекции 3.6 и 3.7 по-долу в изложението, където са представени примерните разпределения, са дадени само ориентировъчен брой часове по подтеми и години, но не са дадени конкретните цели на обучението. Написването на структурата от единици цели и съпоставката им според нивото на учениците би могло да бъде осъществено под формата на дисертация или друго научно изследване.

#### Таблица за оценяване на ДЗИ

По-долу е представена официалната таблица със скалата за оценяване на ДЗИ по математика. Тези точки са използвани за ориентировъчни граници на нивата, използвани за преразпределенията на материала 3.6 и 3.7.

Точки	Оценка
до 22,5 т. вкл	Слаб 2
23 т. - 40,5 т.	Среден 3 (3,00 - 3,49)
41 т. - 58,5 т.	Добър 4 (3,50 - 4,49)
59 т. - 76,5 т.	Много добър 5 (4,50 - 5,49)
77 т. - 94,5 т.	Отличен (5,50 - 5,99)
95 т. - 100 т.	Отличен 6,00

Важно е да се отбележи, че тази скала се променя при различните матури - долната граница за оценка “Среден 3” се сваля още надолу - до 20 и дори до 19 точки, за да има по-малък брой (и процент) ученици, получили оценка “Слаб 2”. Това само би могло да помогне на учениците с точки, близки до долната граница, но няма да окаже влияние върху точките, определени за цел на ниво 0.

За учениците от ниво 0 целта е оценка поне Среден 3,00 на матурата по математика, т.е. целта им в точки е 25 точки. За ниво 1 целта е оценка Добър, т.е. поне 40 точки; за ниво 2 - оценка Много добър - поне 60 точки; ниво 3 - оценка Отличен - 80 точки; ниво 4 - оценка Отличен плюс подготовка за КСИ - поне 90 точки.

### 3.5 Разделение на темите на подтеми и точките, които те носят на ДЗИ по математика

Следва разделение на всяка от темите на съставлящите я подтеми, както и точките от ДЗИ, които всяка от тези подтеми носи. При преразпределенията 3.6 и 3.7 по-долу в изложението тези точки ще бъдат използвани като ориентир за броя часове, през които да се изучава съответната подтема в зависимост от нивото на учениците и конкретното преразпределение.

#### 3.5.1 Тема “Алгебра”

На темата “Алгебра” би следвало да се падат между 28% и 31% от учебните часове, т.е. между 128 и 142 учебни часа и в нея се включват следните подтеми:

1. Пресмятане и сравняване: тук се включват всички задачи, в които от ученика се изисква да пресметне стойността на израз, съдържащ радикали например, или да се подредят числа/изрази според стойността им. Освен задачи с квадратен корен, тук се включват и задачи с дроби, проценти, степени и т.н. От всички държавни зрелостни изпити, проведени до 2016 г. включително, задачите от тази подтема носят общо 97 точки или средно приблизително 3,2 точки на матура.
2. Квадратно и биквадратно уравнение, както и уравнения свеждащи се към такива: тук се включват и задачи с дробни уравнения, както и такива, които се решават с подходящо полагане и се свеждат до някой от горните видове. Задачите от тази подтема носят общо 181 точки или средно приблизително 6 точки на матура.
3. Формули на Виет: тук се включват задачи, при които формулите на Виет се прилагат директно (например: да се определи кое от уравненията има корени с различни знаци), както и такива, при които формулите на Виет се използват за намиране на стойността на даден израз (в този случай обикновено изразът първо трябва да бъде преработен/опростен). Тези задачи носят общо 74 точки или средно приблизително 2,5 точки на матура.
4. Допустими стойности: основната част от задачи, включващи се в тази подтема, изискват намиране на допустимите стойности на израз, съдържащ радикали или дроби. Разбира се намирането на допустими стойности е стъпка в процеса на решаване на ирационални и дробни уравнения например, но точките от такива задачи са включени в съответните подтеми. Точките, които тази подтема носи от всички матури, са 51 или средно по 1,7 точки на ДЗИ.
5. Парабола, НМС и НГС: в тази подтема се включват задачи, в които се търсят/използват координатите на върха на параболата, най-малка и най-голяма стойност в краен затворен интервал, интервали на нарастване и намаляване, познаване графиката на квадратната функция. Тук се включват и задачите за намиране на пресечна точка на две функции и за намиране на разстояние между 2 точки (между точка и началото на координатната система), въпреки че те

биха могли да бъдат решени без използване на графика. За по-силните ученици терминологията, използвана в условието на задачата, не би била проблем, но за по-слабите ученици използването на “пресечна точка на графиките на  $f(x)$  и  $g(x)$ ” и “решение на уравнението  $f(x) = g(x)$ ” биха имали различен смисъл. Тази подтема носи общо 102 точки или средно по 3,4 точки на матура.

6. Система уравнения: система линейни уравнения, система от две уравнения с две неизвестни, в която едно уравнение е линейно, а другото - квадратно; система от две квадратни уравнения с две неизвестни - 130 точки общо или средно приблизително 4,3 точки на ДЗИ.
7. Неравенства: квадратни неравенства, метод на интервалите, неравенства от по-висока степен, дробни неравенства - общо 97 точки или средно приблизително 3,2 точки на матура.
8. Ирационални уравнения: ирационални уравнения с един радикал, ирационални уравнения с два радикала, ирационални уравнения с 3 и повече радикала; за учениците от по-високи нива и с повече знания и умения: елементи от ирационални неравенства - общо 193 точки или средно приблизително 6,4 точки на ДЗИ.
9. Опростяване на изрази и доказване на твърдения - 36 точки общо или средно 1,2 точки на матура.

При преброяването на точките на някои от задачите са преброени по повече от веднъж, тъй като тези задачи могат да бъдат решени по повече от един начин. За конкретната тема “Алгебра” това са точките от задачи за формулите на Виет. Дори ученик да не знае формулите на Виет и да не може да ги прилага, той може да реши задача с условие “Кое от уравненията има два реални положителни корена?”, решавайки уравненията от четирите възможни отговора и проверявайки кое от тях има два реални положителни корена. Това решение е по-трудоемко и би отнело повече време, но в крайна сметка води до верен отговор и съответно до (обикновено) 2 точки, които могат да бъдат решаващи за ученици, борещи се за оценка Среден 3.

Без да е направена конкретна структура от цели на обучението, могат да бъдат дадени само насоки по съответните подтеми (и реда, в който да бъдат изучавани) и нивото на учениците, на което съответстват.

За темата “Алгебра” подтемите “Пресмятане и сравняване”, “Допустими стойности” и “Квадратно и биквадратно уравнение” са основни. Задачите от тези подтеми носят средно на матура по 11 точки. След тяхното усвояване учениците могат да започнат да решават задачи от подтемите “Формули на Виет”, “Система уравнения”, “Неравенства” и “Опростяване на изрази и доказване на твърдения”, които носят средно по още 11 точки. Подтемите “Парабола, НМС и НГС” и “Ирационални уравнения” са за най-напредналите ученици - още 10 точки. Разбира се в темата “Квадратно и биквадратно уравнение” например са включени задачи, които не са по силите на учениците от ниво 0 и дори на тези от ниво 1 - уравнения, изискващи полагане например. Както беше отбелязано и по-горе - необходима е структура на единиците знание и учебни цели, която да прецизира подтемите по нива и реда, по който те да бъдат изучавани в съответствие с това.

### 3.5.2 Тема “Степен и логаритъм”

На темата “Степен и логаритъм” се падат между 2% и 5% от учебните часове, т.е. между 9 и 23 учебни часа и в нея се включват следните подтеми:

1. Изчисляване и сравняване: пресмятане стойността на израз, съдържащ логаритъм или степени, както и сравняване на стойностите на такива изрази - общо 100 точки или средно приблизително 3,3 точки на матура.
2. Задачи с лихва - 20 точки общо или средно приблизително 0,7 точки на ДЗИ.
3. Показателни и логаритмични уравнения: за учениците от по-високи нива (например от ниво 4 нагоре) могат да бъдат включени и показателни и логаритмични неравенства, макар те да не са част от учебното съдържание на матурата по математика - общо 37 точки или средно приблизително 1,2 точки на матура.

При темата “Степен и логаритъм” е очевидно, че подтемата “Показателни и логаритмични уравнения” изисква повече знания и умения от другите две подтеми. Подтемата “Задачи с лихва” би била по-интересна за учениците, тъй като е по-близка до реалния живот. Също така за нея не се изискват толкова задълбочени знания, колкото за подтемата “Изчисляване и сравняване”, за която са необходими умения и опит при пресмятане и преработване на изрази.

### 3.5.3 Тема “Числови редици”

На темата “Числови редици” се падат между 6% и 7% от учебните часове, т.е. между 27 и 33 учебни часа и в нея се включват следните подтеми:

1. Редици: включва задачи, при които по зададено правило се търси член с определен номер или номера на член с дадена стойност; както и задачи, при които трябва да се открие правилото на редица при зададени някои от членовете ѝ или други ограничения - общо 53 точки или средно приблизително 1,8 точки на матура.
2. Аритметична прогресия: в тази подтема се включват всички задачи за аритметична прогресия - за намиране на разлика, на член с определен номер или на сума на елементи на аритметична прогресия. Тази подтема носи общо 88 точки или средно приблизително 2,9 точки на ДЗИ.
3. Геометрична прогресия: в тази подтема се включват всички задачи за геометрична прогресия - за намиране на частно, на член с определен номер или на сума на елементи на геометрична прогресия. Тази подтема носи общо 85 точки или средно приблизително 2,8 точки на матура.

Тук трите подтеми са сравнително сходни по трудност, но трябва да се отбележи, че за някои от по-сложните задачи е необходимо учениците да имат знания от други теми - например да могат да решават квадратни уравнения (тема “Алгебра”) или да знаят Питагорова теорема и неравенство на триъгълника (тема “Геометрия”).

### 3.5.4 Тема “КВС”

На темата “КВС” се падат между 18% и 20% от учебните часове, т.е. между 82 и 91 учебни часа и в нея се включват следните подтеми:

1. Комбинаторика: комбинации, вариации, пермутации - общо 190 точки или средно приблизително 6,3 точки на матура.
2. Вероятности: в тази подтема се включват задачите, при които трябва да се пресметне вероятността на дадено събитие, но за целта не е необходимо използването на знания по комбинаторика - общо 55 точки или средно приблизително 1,8 точки на ДЗИ.
3. Вероятности с комбинаторика: тук се включват задачите, при които се търси вероятността на дадено събитие, но за да се пресметне тя, е необходимо първо да се използват знания от комбинаторика. Тази подтема носи общо 261 точки или средно по 8,7 точки на матура.
4. Статистика: това са задачи за средно аритметично, мода, медиана, размах - общо 73 точки или средно приблизително 2,4 точки на ДЗИ.
5. Задачи с диаграми: тук се включват всички задачи с визуално представяне, например кръгова диаграма, хистограма и т.н. Подтемата носи общо 63 точки или средно по 2,1 точки на матура.

При прецизна и детайлна структура на единиците знание и учебни цели подтемата “Комбинаторика” би могла да бъде разделена на две части. Едната част включва задачи, подходящи за учениците от по-ниските нива, неизискващи задължително знание и прилагане на формулите за комбинации, вариации и пермутации. Пример за такава задача е “Намерете броя на четирицифрените четни числа с различни цифри измежду цифрите 0, 2, 4, 5.” Тази задача може да бъде решена чрез изписване на всички възможни числа и преброяването им, което ще отнеме повече време, но все пак ще доведе до верен отговор. Във втората част би следвало да се включат задачи, при които или изписването на всички възможности е твърде трудоемко, или в условието или възможните отговори се използват формулите и затова решаването на задачата изисква тяхното знание и прилагане.

Очевидно за решаване на задачи от подтемата “Вероятности с комбинаторика” учениците трябва вече да имат знания както по “Вероятности”, така и по “Комбинаторика” и затова тя не е подходяща за учениците с по-малко знания и умения.

Подтемата “Задачи с диаграми” също е подходяща за учениците от по-високи нива, тъй като в задачите от тази подтема се изискват знания и умения от останалите подтеми, като разликата е в това, че данните в задачата са представени в графичен или табличен вид. При детайлната структура на единиците знание и учебни цели тази подтема също може да бъде разделена на няколко части в зависимост от допълнителните знания, които се изискват за решаване на задачите. Такива части могат да бъдат например “Статистически задачи с диаграми” (намиране на средно аритметично, медиана, мода по диаграма), “Задачи с диаграми по вероятности” (по дадена кръгова диаграма да се търси вероятност например), “Комбинаторни задачи с диаграма” и т.н.

### 3.5.5 Тема “Геометрия”

На темата “Геометрия” се падат между 11% и 18% от учебните часове, т.е. между 50 и 82 учебни часа и в нея се включват следните подтеми:

1. Правоъгълен триъгълник: метрични зависимости, Питагорова теорема, медиана към хипотенузата, радиус на описаната окръжност, радиус на вписаната окръжност, свойство на правоъгълен триъгълник с ъгъл  $30^\circ$ , формули за лице и периметър на правоъгълен триъгълник, както и задачи с други фигури, свеждащи се до прилагане на изброените знания. Тези задачи носят общо 148 точки или средно приблизително 4,9 точки на матура.
2. Вписан четириъгълник: включително трапец. Тук се включват всички задачи, в конструкцията на които участва четириъгълник, вписан в окръжност, в това число квадрат, правоъгълник, равнобедрен трапец. Тази подтема е общо 49 точки или средно приблизително 1,6 точки на ДЗИ.
3. Описан четириъгълник: включително ромб, трапец. Тук се включват всички задачи, в конструкцията на които участва четириъгълник, описан около окръжност, в това число квадрат, трапец, ромб. Това са общо 50 точки или средно приблизително 1,7 точки на матура.
4. Подобни триъгълници и теореми на Талес, Менелай и Чева: тук се включват и задачите за степен на точка относно окръжност, както и всяка от изброените конструкции, приложени в различен контекст. Задачите от тази подтема носят общо 107 точки или средно приблизително 3,6 точки на ДЗИ.
5. Формули за лице, периметър, медиана, ъглополовяща на триъгълник, формули за лице и периметър на четириъгълник: тук се включват задачи, в които се използва Херонова формула, формулата за лице на четириъгълник с перпендикулярни диагонали, свойствата на медиана и ъглополовяща в триъгълник и т.н. Тези задачи носят общо 211 точки или средно приблизително 7 точки на матура.

В темата “Геометрия” са обединени множество различни геометрични конструкции и разделението на 5 подтеми е доста грубо. При детайлна структура на знанието всяка от тези подтеми може (и би следвало) да бъде разделена на части, задачите в които да са доста еднотипни. Например, подтемата “Правоъгълен триъгълник” може да бъде разделена на задачи, в които основната геометрична фигура е самият правоъгълен триъгълник (и това ще е по-лесната част от подтемата), и задачи, при които правоъгълният триъгълник е част от друга фигура, например след построяване на височина в успоредник/трапец. Задачите от тази втора част ще са малко по-трудни, тъй като изискват разпознаване на “скрития” правоъгълен триъгълник.

Последната подтема “Формули за лице, периметър, ...” включва най-голямо разнообразие от задачи и може да бъде разделена на най-много части в зависимост от знанията, които се използват за решаване на задачите в конкретната част.

Следва да се отбележи, че при някои от задачите са необходими знания от други теми - например решаване на квадратни уравнения от темата “Алгебра” се използват при голяма част от задачите.



### 3.5.6 Тема “Тригонометрия”

На темата “Тригонометрия” се падат между 18% и 25% от учебните часове, т.е. между 82 и 114 учебни часа и в нея се включват следните подтеми:

1. Синусова теорема: тук се включват задачите, в чието решение се използва синусова теорема, независимо дали основната фигура по условие е триъгълник, или синусова теорема се прилага за триъгълник, който е част от четириъгълник например. Тази подтема носи общо 74 точки или средно приблизително 2,5 точки на матура.
2. Косинусова теорема: 70 точки общо или средно приблизително 2,3 точки на ДЗИ.
3. НМС, НГС и изчисляване стойността на израз, съдържащ тригонометрични функции, доказване на твърдения: общо 203 точки или средно приблизително 6,8 точки на матура.
4. Триъгълник: включително тригонометрични функции в правоъгълен триъгълник, формула за лице на триъгълник със синус, задачи, при които се прилагат синусова и косинусова теорема или една от двете теореми, заедно с друго знание: общо 294 или средно 9,8 точки на ДЗИ.
5. Четириъгълник: формулата  $S = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin \angle(d_1, d_2)}{2}$ , както и задачи, в които основната фигура е четириъгълник, а в решението се използва тригонометрия, включително прилагане на синусова/косинусова теорема заедно с друго знание за решаване на задачата: общо 161 точки или средно приблизително 5,4 точки на матура.

При по-прецизно и детайлно разделение на темата, първите две подтеми - “Синусова теорема” и “Косинусова теорема” могат да бъдат разделени на части в зависимост от това дали прилагането на съответната теорема е “явно” и е практически единствената стъпка за решаване на задачата, или е “скрито” в триъгълник, който не е единственият/явно зададен в условието.

За някои задачи от подтемата “Косинусова теорема” е необходимо учениците да умеят да решават квадратно уравнение (от тема “Алгебра”), тъй като се изисква прилагане на косинусова теорема за намиране на страна, съседна на известния ъгъл, при което се получава пълно квадратно уравнение.

Задачите от подтемата “НМС, НГС ...” също могат да бъдат разделени на части. Например една част могат да са задачи, за решаването на които е необходимо ученикът само да може да използва приложените към матурата листове с формули - тези задачи биха били подходящи за ученици от по-ниските нива. А частта от задачите, при които се изисква доказване на твърдения, биха били подходящи за учениците от по-високите нива.

Следва да се отбележи, че точките за някои от задачите от темата “Тригонометрия” също така са броени и при темата “Геометрия”. Това е така, защото съответната задача може да бъде решена и без използването на тригонометрия, но тригонометричното решение е по-лесно/по-кратко.

### 3.6 Преразпределение на материала, включващо всички теми, изучавани с различна задълбоченост в зависимост от нивото на учениците

#### 3.6.1 Ниво 0:

Целта за учениците от това ниво е оценка “Среден 3,00” на матурата по математика или иначе казано - 25 точки.

С оглед на сложността на подтемите от предложеното разделение на материала на теми и подтеми, най-лесните подтеми биха били:

1. Тема “Алгебра”:
  - (а) Подтема “Пресмятане и сравняване” - 3,2 точки
  - (б) Подтема “Квадратно и биквадратно уравнение” - 6 точки
  - (в) Подтема “Система уравнения” - 4,3 точки
2. Тема “Степен и логаритъм”:
  - (а) Подтема “Задачи с лихва” - 0,7 точки
3. Тема “Числови редици”:
  - (а) Подтема “Редици” - 1,8 точки
4. Тема “КВС”:
  - (а) Подтема “Комбинаторика” - 6,3 точки
  - (б) Подтема “Вероятности” - 1,8 точки
5. Тема “Геометрия”:
  - (а) Подтема “Правоъгълен триъгълник” - 4,9 точки
  - (б) Подтема “Подобни триъгълници, ...” - 3,6 точки
6. Тема “Тригонометрия”:
  - (а) Подтема “НМС, НГС ...” - 6,8 точки

Въпреки че сумарно тези подтеми носят общо 39,4 точки на матурата, реалистично ученик от ниво 0 няма да може да реши всички задачи от всички подтеми, тъй като, както беше отбелязано и по-горе в изложението, някои от подтемите могат да бъдат разделени на части в зависимост от знанията и уменията на учениците. Така например от подтемата “Квадратно и биквадратно уравнение” е реалистично да се очаква, че учениците от ниво 0 не биха се справили с биквадратно уравнение или с уравнение, което е квадратно за функция на  $x$ , т.е. от тази подтема ученик от ниво 0 няма да получи 6 точки, а по-скоро 2 точки, решавайки една задача.

Същото се отнася за подтемата “Комбинаторика”: ученик от ниво 0 би се справил с по-лесни задачи, при които не се изисква прилагане на формулите за комбинации,

вариации, пермутации, а биха могли да бъдат решени чрез изписване на възможните ситуации. От подтема “Комбинаторика” е реалистично да се очакват 2 до 3 точки за ученик от ниво 0.

От подтемата “НМС, НГС ...” на тема “Тригонометрия” също очакваният реалистичен брой точки за ученик от ниво 0 е 2 - една “лесна” задача.

След тези уточнения сумарният брой точки от гореизброените подтеми е около 27 точки, което е приблизително целта за ученици от ниво 0.

Таблицата по-долу показва подтемите, номерирани както в списъка по-горе. В колоната “Общо” (най-вдясно) е записан ориентировъчният брой часове, през които да се изучава тази подтема. В средните колони с класовете е отбелязано дали темата е подходяща за съответния клас, както и предварителни знания от други подтеми, ако има такива.

Подтема	VIII клас	IX клас	X клас	XI клас	XII клас	Общо
1.(а)	да	да	да	да	да	51-54 уч.ч.
1.(б)	да	да	да	да	да	32-34 уч.ч.
1.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	69-73 уч.ч.
2.(а)	да 1.(а)	да	да	да	да	11-12 уч.ч.
3.(а)	да	да	да	да	да	28-30 уч.ч.
4.(а)	да	да	да	да	да	39-42 уч.ч.
4.(б)	да	да	да	да	да	28-30 уч.ч.
5.(а)	да	да	да	да	да	78-83 уч.ч.
5.(б)	да	да	да	да	да	57-61 уч.ч.
6.(а)	да	да	да	да	да	32-34 уч.ч.
Общо:	108 уч.ч.	108 уч.ч.	108 уч.ч.	72 уч.ч.	62 уч.ч.	425-453 458

Разликата между 425-453 учебни часа за изучаване на горните подтеми и 458 учебни часа по математика в VIII-XII клас може да бъде използвана за тема, по която учениците имат нужда от повече практика, за да затвърдят знанията си, или по някоя от допълнителните теми за ниво 1. Тези допълнителни часове могат също така да бъдат използвани за теми, невключени в материала за матурата, например “Стереометрия” или “Вектори”.

Не са дадени конкретни бройки часове за всяка подтема във всеки клас, тъй като би следвало всеки преподавател сам да може да прецени на коя подтема колко време да отдели, познавайки учениците си. Също така с оглед по-лесното преместване на ученик, показващ добър прогрес, в горно ниво, би следвало разпределението по часове да бъде съгласувано в училището като цяло. Учителите (и училището) би следвало все пак да следват препоръките всяка учебна година да се изучават (почти) всички подтеми, като в XII клас се отдели достатъчно време за преговор преди матурата.

**3.6.2 Ниво 1:**

Целта за учениците от това ниво е оценка “Добър” на матурата или иначе казано 40 точки.

Учениците от това ниво следва да изучават всички подтеми, изучавани на ниво 0 (и по-задълбочено), както и следните подтеми:

4. Тема “КВС”:

(в) Подтема “Статистика” - 2,4 точки

6. Тема “Тригонометрия”:

(б) Подтема “Синусова теорема” - 2,5 точки

(в) Подтема “Косинусова теорема” - 2,3 точки

Общо от тези подтеми точките са 7,2, които заедно с 39,4 точки от ниво 0 правят 46,6 точки. Разбира се отново има подтеми, при които получаване на максималните точки е малко вероятно за ученик на ниво 1.

В таблицата по-долу са включени всички подтеми, изучавани на ниво 1, заедно с приблизителните бройки учебни часове, през които да се изучават подтеми (прекалкулирани на общите подтеми с ниво 0).

Подтема	VIII клас	IX клас	X клас	XI клас	XII клас	Общо
1.(а)	да	да	да	да	да	29-31 уч.ч.
1.(б)	да	да	да	да	да	55-59 уч.ч.
1.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	40-42 уч.ч.
2.(а)	да 1.(а)	да	да	да	да	6-7 уч.ч.
3.(а)	да	да	да	да	да	16-17 уч.ч.
4.(а)	да	да	да	да	да	58-62 уч.ч.
4.(б)	да	да	да	да	да	16-17 уч.ч.
4.(в)	да	да	да	да	да	22-23 уч.ч.
5.(а)	да	да	да	да	да	45-48 уч.ч.
5.(б)	да	да	да	да	да	33-35 уч.ч.
6.(а)	да	да	да	да	да	63-67 уч.ч.
6.(б)	да	да	да	да	да	23-24 уч.ч.
6.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	21-22 уч.ч.
Общо:	108 уч.ч.	108 уч.ч.	108 уч.ч.	72 уч.ч.	62 уч.ч.	427-454 458

Отново следва да се спазват същите препоръки като при ниво 0 за разпределение на часовете по класове, както и за оползотворяването на допълнителните учебни часове.

**3.6.3 Ниво 2:**

Целта на учениците от ниво 2 е оценка “Много добър” на ДЗИ или 60 точки. Към подтемите от ниво 1 в ниво 2 се включват още:

## 1. Тема “Алгебра”:

- (г) Подтема “Формули на Виет” - 2,5 точки
- (д) Подтема “Допустими стойности” - 1,7 точки
- (е) Подтема “Неравенства” - 3,2 точки
- (ж) Подтема “Парабола, ...” - 3,4 точки

## 2. Тема “Степен и логаритъм”:

- (б) Подтема “Изчисляване и сравняване” - 3,3 точки

## 3. Тема “Числови редици”:

- (б) Подтема “Аритметична прогресия” - 2,9 точки
- (в) Подтема “Геометрична прогресия” - 2,8 точки

## 5. Тема “Геометрия”:

- (в) Подтема “Вписан четириъгълник” - 1,6 точки
- (г) Подтема “Описан четириъгълник” - 1,7 точки

Тези подтеми добавят още 23,1 точки, с което общият брой точки, които ученик от ниво 2 може да получи на матура, е 69,7. На практика те са малко по-малко, тъй като има задачи, чиито точки са броени в две подтеми, но въпреки това броят точки е над 60 (което е целта за ниво 2).

Таблицата по-долу показва подтемите, заедно с часовете, през които би следвало да бъдат изучавани от ученици от ниво 2. В таблицата всички теми са отбелязани като подходящи за ученици от VIII клас, но при разпределението на материала по уроци, учителите следва да бъдат много внимателни, тъй като например за изучаване на подтемата “Допустими стойности” е необходимо учениците да имат знания и умения от подтемата “Неравенства”, за която пък се очакват знания и умения от подтемата “Квадратно и биквадратно уравнение”. При добра подредба на уроците, учениците могат да започнат работа по тази подтема още в VIII клас, но е вероятно тя да бъде оставена за IX. Същото важи и за подтемата “Парабола, НМС, НГС, ...”.

Подтема	VIII клас	IX клас	X клас	XI клас	XII клас	Общо
1.(а)	да	да	да	да	да	20-21 уч.ч.
1.(б)	да	да	да	да	да	37-39 уч.ч.
1.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	26-28 уч.ч.
1.(г)	да 1.(б)	да	да	да	да	15-16 уч.ч.
1.(д)	да 1.(е)	да	да	да	да	10-11 уч.ч.
1.(е)	да 1.(б)	да	да	да	да	20-21 уч.ч.
1.(ж)	да 1.(б), 1.(е)	да	да	да	да	21-22 уч.ч.
2.(а)	да 1.(а)	да	да	да	да	4-5 уч.ч.
2.(б)	да 1.(а)	да	да	да	да	20-21 уч.ч.
3.(а)	да	да	да	да	да	11-12 уч.ч.
3.(б)	да	да	да	да	да	18-19 уч.ч.
3.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	17-18 уч.ч.
4.(а)	да	да	да	да	да	39-41 уч.ч.
4.(б)	да	да	да	да	да	11-12 уч.ч.
4.(в)	да	да	да	да	да	15-16 уч.ч.
5.(а)	да	да	да	да	да	30-32 уч.ч.
5.(б)	да	да	да	да	да	22-24 уч.ч.
5.(в)	да	да	да	да	да	10-11 уч.ч.
5.(г)	да	да	да	да	да	10-11 уч.ч.
6.(а)	да	да	да	да	да	42-44 уч.ч.
6.(б)	да	да	да	да	да	15-16 уч.ч.
6.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	14-15 уч.ч.
Общо:	108 уч.ч.	108 уч.ч.	108 уч.ч.	72 уч.ч.	62 уч.ч.	427-455 458

Очакването към учителите е отново да се съобразят с препоръката през всяка учебна година учениците да изучават (почти) всички подтеми, както и да отделят достатъчно време в XII клас за преговор и подготовка за матура.

**3.6.4 Ниво 3:**

Целта на учениците от това ниво е оценка “Отличен” или поне 80 точки.

Към подтемите от ниво 2 в ниво 3 се добавят още следните подтеми:

1. Тема “Алгебра”:

(з) Подтема “Опростяване на изрази и доказване на твърдения” - 1,2 точки

4. Тема “КВС”:

(г) Подтема “Вероятности и комбинаторика” - 8,7 точки

5. Тема “Геометрия”:

(д) Подтема “Формули за лице, периметър, ...” - 7 точки

6. Тема “Тригонометрия”:

(г) Подтема “Триъгълник” - 9,8 точки

Тези подтеми носят още 26,7 точки, с което общият брой точки би трябвало да бъде 96,4, но той е с около 10 точки по-малко, тъй като има доста задачи, които са преброени както в тема “Геометрия”, така и в тема “Тригонометрия”, както и задачи от подтемата “Квадратно и биквадратно уравнение”, които също така са преброени във “Формули на Виет”.

Учениците от ниво 3 изучават почти всички теми, включени в матурата. Макар да не изучават подтемата “Четириъгълник” от темата “Тригонометрия”, те изучават всички подтеми от темата “Геометрия”, както и подтемата “Триъгълник” от темата “Тригонометрия”. Затова от тях може да се очаква да се справят със задачи от тази подтема, която носи 5,4 точки.

През оставащите учебни часове учениците биха могли да разгледат и останалите невключени теми, а по преценка на учителя по темите, които са включени, могат да бъдат разгледани и по-сложни задачи - като за КСИ.

Отново важат препоръките подтемите да са равномерно разпределени през петте години от курса на обучение. Очевидно е, че подтеми, които трябва да бъдат изучавани в рамките на 3-4 часа няма как да бъдат изучавани през всяка една учебна година. Важното е в XII клас да бъде отделено достатъчно време за преговор, а ако са разглеждани и теми като за КСИ - преговорът да бъде съобразен с датите на предварителните изпити, на които учениците ще се явяват.

Таблицата по-долу отново показва всички подтеми, изучавани на текущото ниво, заедно с ориентируващия брой часове за всяка подтема.

Подтема	VIII клас	IX клас	X клас	XI клас	XII клас	Общо
1.(а)	да	да	да	да	да	14-15 уч.ч.
1.(б)	да	да	да	да	да	26-28 уч.ч.
1.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	18-20 уч.ч.
1.(г)	да 1.(б)	да	да	да	да	10-11 уч.ч.
1.(д)	да 1.(е)	да	да	да	да	7-8 уч.ч.
1.(е)	да 1.(б)	да	да	да	да	14-15 уч.ч.
1.(ж)	да 1.(б), 1.(е)	да	да	да	да	14-16 уч.ч.
1.(з)	да	да	да	да	да	5-6 уч.ч.
2.(а)	да 1.(а)	да	да	да	да	3-4 уч.ч.
2.(б)	да 1.(а)	да	да	да	да	14-15 уч.ч.
3.(а)	да	да	да	да	да	7-8 уч.ч.
3.(б)	да	да	да	да	да	12-13 уч.ч.
3.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	12-13 уч.ч.
4.(а)	да	да	да	да	да	27-29 уч.ч.
4.(б)	да	да	да	да	да	7-8 уч.ч.
4.(в)	да	да	да	да	да	10-11 уч.ч.
4.(г)	да 4.(а), 4.(б)	да	да	да	да	38-41 уч.ч.
5.(а)	да	да	да	да	да	21-23 уч.ч.
5.(б)	да	да	да	да	да	15-17 уч.ч.
5.(в)	да	да	да	да	да	7-8 уч.ч.
5.(г)	да	да	да	да	да	7-8 уч.ч.
5.(д)	да 1.(б)	да	да	да	да	30-33 уч.ч.
6.(а)	да	да	да	да	да	29-32 уч.ч.
6.(б)	да	да	да	да	да	10-11 уч.ч.
6.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	10-11 уч.ч.
6.(г)	да 1.(б)	да	да	да	да	42-46 уч.ч.
Общо:	108 уч.ч.	108 уч.ч.	108 уч.ч.	72 уч.ч.	62 уч.ч.	409-450 458



**3.6.5 Ниво 4:**

Целта на тези ученици е оценка “Отличен” на матурата (при това оценка, близка до 6,00), както и допълнителна подготовка на КСИ.

Учениците от ниво 4 изучават всички теми и подтеми от материала, а именно: подтемите от ниво 3 са допълнени със следните подтеми:

## 1. Тема “Алгебра”:

(и) Подтема “Ирационални уравнения” - 6,4 точки

## 2. Тема “Степен и логаритъм”:

(в) Подтема “Показателни и логаритмични уравнения” - 1,2 точки

## 4. Тема “КВС”:

(д) Подтема “Задачи с диаграми” - 2,1 точки

## 6. Тема “Тригонометрия”

(д) Подтема “Четириъгълник” - 5,4 точки

Точките от тези подтеми са 15,1. Подтемите до ниво 3 носят 96,4 точки, т.е. 111,5 точки общо или иначе казано 11,5 точки са преброени по два пъти като точки в различни подтеми.

В таблицата по-долу са поместени всички подтеми заедно със съответния брой часове, през които те да бъдат изучавани. Тъй като се очаква учениците от ниво 4 освен оценка “Отличен” на матурата, да се подготвят и за кандидатстване в университет, оставащите часове следва да бъдат запълнени с подходящи за целта теми като например “Стереометрия”, “Ирационални неравенства”, “Показателни и логаритмични неравенства”, “Тригонометрични уравнения и неравенства” и др. Ако учениците се справят достатъчно бързо с материала, ориентировъчният брой часове може да бъде намален с цел да могат да бъдат покрити по-голяма част от допълнителните теми.

Също така, ако учениците са справят със задължителния материал и с допълнителните теми за КСИ, в някои от часовете могат да бъдат включени теми от споменатите при ниво \* - избрани теми от “Линейна алгебра”, “Аналитична геометрия”, “Диференциално и интегрално смятане” и др. Щом учениците планират да продължат образованието си в университет, най-вероятно ще им се наложи да могат да намират производна, да пресмятат интеграл, да умножават матрици, да работят с уравнение на права в равнина и т.н.

Подтема	VIII клас	IX клас	X клас	XI клас	XII клас	Общо
1.(а)	да	да	да	да	да	12-13 уч.ч.
1.(б)	да	да	да	да	да	22-24 уч.ч.
1.(в)	да	да	да	да	да	16-17 уч.ч.
	1.(б)					
1.(г)	да	да	да	да	да	9-10 уч.ч.
	1.(б)					

1.(д)	да 1.(е)	да	да	да	да	6-7 уч.ч.
1.(е)	да 1.(б)	да	да	да	да	12-13 уч.ч.
1.(ж)	да 1.(б), 1.(е)	да	да	да	да	12-13 уч.ч.
1.(з)	да	да	да	да	да	4-5 уч.ч.
1.(и)	да 1.(б), 1.(д)	да	да	да	да	24-26 уч.ч.
2.(а)	да 1.(а), 1.(д)	да	да	да	да	2-3 уч.ч.
2.(б)	да 1.(а)	да	да	да	да	12-13 уч.ч.
2.(в)	да 1.(б), 1.(д)	да	да	да	да	4-5 уч.ч.
3.(а)	да	да	да	да	да	6-7 уч.ч.
3.(б)	да	да	да	да	да	11-12 уч.ч.
3.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	10-11 уч.ч.
4.(а)	да	да	да	да	да	23-25 уч.ч.
4.(б)	да	да	да	да	да	6-7 уч.ч.
4.(в)	да	да	да	да	да	9-10 уч.ч.
4.(г)	да 4.(а), 4.(б)	да	да	да	да	33-35 уч.ч.
4.(д)	да 4.(а),(б),(в)	да	да	да	да	7-8 уч.ч.
5.(а)	да	да	да	да	да	18-20 уч.ч.
5.(б)	да	да	да	да	да	13-14 уч.ч.
5.(в)	да	да	да	да	да	6-7 уч.ч.
5.(г)	да	да	да	да	да	6-7 уч.ч.
5.(д)	да 1.(б)	да	да	да	да	26-28 уч.ч.
6.(а)	да	да	да	да	да	25-27 уч.ч.
6.(б)	да	да	да	да	да	9-10 уч.ч.
6.(в)	да 1.(б)	да	да	да	да	8-9 уч.ч.
6.(г)	да 1.(б)	да	да	да	да	37-40 уч.ч.
6.(д)	да 1.(б)	да	да	да	да	20-22 уч.ч.
Общо:	108 уч.ч.	108 уч.ч.	108 уч.ч.	72 уч.ч.	62 уч.ч.	408-448 458

### 3.7 Преразпределение на материала, включващо различни теми в зависимост от нивото на учениците

При това преразпределение на материала учениците от по-ниските нива не изучават подтеми от всички теми. Темите “Степен и логаритъм” и “Тригонометрия” не започват от ниво 0.

Следва структура, сходна със структурата на преразпределение 3.6: изброени са включените подтеми (номерацията е запазена), посочен е броят точки, които те носят, и е показана таблицата с ориентировъчния брой часове за всяка тема. Спестени са коментарите, тъй като те са същите както при предходното преразпределение; също така не са показани необходимите предварителни знания и за кои класове е подходяща подтемата - отново по същата причина.

#### 3.7.1 Ниво 0:

Цел на учениците: 25 точки

Включени подтеми:

1. Тема “Алгебра”:

- (а) Подтема “Пресмятане и сравняване” - 3,2 точки
- (б) Подтема “Квадратно и биквадратно уравнение” - 6 точки
- (в) Подтема “Система уравнения” - 4,3 точки
- (г) Подтема “Формули на Виет” - 2,5 точки

3. Тема “Числови редици”:

- (а) Подтема “Редици” - 1,8 точки

4. Тема “КВС”:

- (а) Подтема “Комбинаторика” - 6,3 точки
- (б) Подтема “Вероятности” - 1,8 точки

5. Тема “Геометрия”:

- (а) Подтема “Правоъгълен триъгълник” - 4,9 точки
- (б) Подтема “Подобни триъгълници, ...” - 3,6 точки

Тези теми общо носят 34,4 точки, но реално учениците от ниво 0 не биха могли да се справят с всички задачи от всички подтеми. От подтема “Квадратно и биквадратно уравнение” реалистичният брой точки е 2 (една “лесна” задача), а от подтема “Комбинаторика” - 2 или 3 (една задача с избираем отговор). Т.е. броят точки е около 26.

Таблицата показва броя часове за всяка тема:

Подтема	Брой часове
1.(а)	53-56 уч.ч.
1.(б)	33-35 уч.ч.
1.(в)	72-75 уч.ч.
1.(г)	42-44 уч.ч.
3.(а)	30-31 уч.ч.
4.(а)	33-35 уч.ч.
4.(б)	30-31 уч.ч.
5.(а)	82-86 уч.ч.
5.(б)	60-63 уч.ч.
Общо	435-456 уч.ч.
Остават	2-23 уч.ч.

**3.7.2 Ниво 1:**

Цел на учениците: 40 точки

Включени подтеми освен тези от ниво 0 - още 8,2 точки или общо 42,6 точки:

## 1. Тема “Алгебра”:

(д) Подтема “Допустими стойности” - 1,7 точки

(е) Подтема “Неравенства” - 3,2 точки

## 5. Тема “Геометрия”:

(в) Подтема “Вписан четириъгълник” - 1,6 точки

(г) Подтема “Описан четириъгълник” - 1,7 точки

Подтема	Брой часове
1.(а)	32-34 уч.ч.
1.(б)	61-64 уч.ч.
1.(в)	44-46 уч.ч.
1.(г)	25-26 уч.ч.
1.(д)	17-18 уч.ч.
1.(е)	32-34 уч.ч.
3.(а)	18-19 уч.ч.
4.(а)	64-67 уч.ч.
4.(б)	18-19 уч.ч.
5.(а)	50-52 уч.ч.
5.(б)	37-38 уч.ч.
5.(в)	16-17 уч.ч.
5.(г)	17-18 уч.ч.
Общо	431-452 уч.ч.
Остават	6-27 уч.ч.

**3.7.3 Ниво 2:**

Цел на учениците: 60 точки

Включени подтеми освен тези от ниво 1 - още 23,1 точки или общо 65,7 точки:

## 1. Тема “Алгебра”:

(ж) Подтема “Парабола, ...” - 3,4 точки

## 3. Тема “Числови редици”:

(б) Подтема “Аритметична прогресия” - 2,9 точки

(в) Подтема “Геометрична прогресия” - 2,8 точки

## 4. Тема “КВС”:

(в) Подтема “Статистика” - 2,4 точки

## 6. Тема “Тригонометрия”:

(а) Подтема “НМС, НГС, ...” - 6,8 точки

(б) Подтема “Синусова теорема” - 2,5 точки

(в) Подтема “Косинусова теорема” - 2,3 точки

Подтема	Брой часове
1.(а)	21-22 уч.ч.
1.(б)	39-41 уч.ч.
1.(в)	28-29 уч.ч.
1.(г)	16-17 уч.ч.
1.(д)	11-12 уч.ч.
1.(е)	21-22 уч.ч.
1.(ж)	22-23 уч.ч.
3.(а)	11-12 уч.ч.
3.(б)	19-20 уч.ч.
3.(в)	18-19 уч.ч.
4.(а)	41-43 уч.ч.
4.(б)	11-12 уч.ч.
4.(в)	15-16 уч.ч.
5.(а)	32-34 уч.ч.
5.(б)	23-24 уч.ч.
5.(в)	10-11 уч.ч.
5.(г)	11-12 уч.ч.
6.(а)	45-47 уч.ч.
6.(б)	16-17 уч.ч.
6.(в)	15-16 уч.ч.
Общо	425-449 уч.ч.
Остават	9-33 уч.ч.

**3.7.4 Ниво 3:**

Цел на учениците: 80 точки

Включени подтеми освен тези от ниво 2 - още 26,7 точки или общо 92,4 точки:

1. Тема “Алгебра”:

(з) Подтема “Опростяване на изрази и доказване на тъждества” - 1,2 точки

4. Тема “КВС”:

(г) Подтема “Вероятности и комбинаторика” - 8,7 точки

5. Тема “Геометрия”:

(д) Подтема “Формули за лице, периметър, ...” - 7 точки

6. Тема “Тригонометрия”:

(г) Подтема “Триъгълник” - 9,8 точки

Подтема	Брой часове
1.(а)	15-16 уч.ч.
1.(б)	28-29 уч.ч.
1.(в)	20-21 уч.ч.
1.(г)	11-12 уч.ч.
1.(д)	8-9 уч.ч.
1.(е)	15-16 уч.ч.
1.(ж)	16-17 уч.ч.
1.(з)	5-6 уч.ч.
3.(а)	8-9 уч.ч.
3.(б)	13-14 уч.ч.
3.(в)	13-14 уч.ч.
4.(а)	29-30 уч.ч.
4.(б)	8-9 уч.ч.
4.(в)	11-12 уч.ч.
4.(г)	40-42 уч.ч.
5.(а)	23-24 уч.ч.
5.(б)	16-17 уч.ч.
5.(в)	7-8 уч.ч.
5.(г)	8-9 уч.ч.
5.(д)	32-34 уч.ч.
6.(а)	32-33 уч.ч.
6.(б)	11-12 уч.ч.
6.(в)	10-11 уч.ч.
6.(г)	46-48 уч.ч.
Общо	425-452 уч.ч.
Остават	6-33 уч.ч.

**3.7.5 Ниво 4:**

Цел на учениците: 90 точки + подготовка за КСИ

Включват се всички подтеми, а именно темите от ниво 3, както и следните:

## 1. Тема “Алгебра”:

(и) Подтема “Ирационални уравнения” - 6,4 точки

## 2. Тема “Степен и логаритъм”:

(а) Подтема “Задачи с лихва” - 0,7 точки

(б) Подтема “Изчисляване и сравняване” - 3,3 точки

(в) Подтема “Показателни и логаритмични уравнения” - 1,2 точки

## 4. Тема “КВС”:

(д) Подтема “Задачи с диаграми” - 2,1 точки

## 6. Тема “Тригонометрия”:

(д) Подтема “Четириъгълник” - 5,4 точки

Тези подтеми носят още 19,1 точки, с което се достигат 111,5 точки (както и при преразпределението 3.6).

Подтема	Брой часове
1.(а)	12-13 уч.ч.
1.(б)	22-24 уч.ч.
1.(в)	16-17 уч.ч.
1.(г)	9-10 уч.ч.
1.(д)	6-7 уч.ч.
1.(е)	12-13 уч.ч.
1.(ж)	12-13 уч.ч.
1.(з)	4-5 уч.ч.
1.(и)	24-26 уч.ч.
2.(а)	2-3 уч.ч.
2.(б)	12-13 уч.ч.
2.(в)	4-5 уч.ч.
3.(а)	6-7 уч.ч.
3.(б)	11-12 уч.ч.
3.(в)	10-11 уч.ч.
4.(а)	23-25 уч.ч.
4.(б)	6-7 уч.ч.
4.(в)	9-10 уч.ч.
4.(г)	33-35 уч.ч.
4.(д)	7-8 уч.ч.
5.(а)	18-20 уч.ч.

5.(б)	13-14 уч.ч.
5.(в)	6-7 уч.ч.
5.(г)	6-7 уч.ч.
5.(д)	26-28 уч.ч.
6.(а)	25-27 уч.ч.
6.(б)	9-10 уч.ч.
6.(в)	8-9 уч.ч.
6.(г)	37-40 уч.ч.
6.(д)	20-22 уч.ч.
Общо	408-448 уч.ч.
Остават	10-50 уч.ч.

Оставащите между 10 и 50 учебни часа следва да бъдат използвани за преподаване на теми, невключени в матурата, но включени в КСИ. Примери за такива теми са дадени по-горе - при ниво 4 на преразпределение 1 - 3.6.

Разбира се тези преразпределения на материала съвсем не са единствените възможни. Те са просто по един пример как това може да бъде направено в първия случай с участието на всички теми на всяко едно от нивата; във втория случай започвайки с някои теми на ниво 0 и постепенно включвайки всички теми в по-горните нива. Такава свобода учителите (или училищата) сами да определят реда на темите в рамките на този 5-годишен курс на обучение би им дала възможност да изпробват и използват нови методи в работата си, тъй като няма да са притиснати от строго разпределение както в момента, като например проектно-базирано обучение, интердисциплинарен подход, изследователски подход и др. Дори за учениците от по-горните нива, които изучават (почти) всички подтеми, времето в часовете не би било чак такъв проблем, тъй като се изучава само материал, необходим за матурата и за КСИ и се “освобождават” часове от теми и подтеми, които не се включват нито в единия, нито в другия изпит.



### 3.8 Идея за цялостна промяна в гимназиалния курс на обучение - по всички предмети

Държавните зрелостни изпити по начина, по който се провеждат в момента, не дават ясна представа за картината на средното образование в България. Малкият задължителен брой матури - две, не предоставя достатъчно разнообразие на предметите, по които са изпитвани учениците. Учениците се концентрират основно върху двата предмета, по които искат да положат ДЗИ; посещават курсове и уроци, целящи да подобрят оценката им. В същото време оценките им по всички останали предмети зависят единствено и само от учителя, който им ги преподава в училище. По този начин една и съща оценка в различни училища отговаря на различни знания и умения.

Първата задължителна матура е по Български език и литература. Това не е добра практика по редица причини. От една страна учениците, които не изучават профилирано предмета (Литература), са длъжни да положат изпит и по двете части - Български език и Литература. От друга страна учениците, които изучават БЕЛ профилирано, са лишени от възможността да изберат Литература като втора матура (което би бил логичният им избор при положение, че след VII клас са избрали да учат в съответното училище и със съответния профил).

Втората задължителна матура е предмет по избор измежду всички възможни предмети за втора матура. Няма изискване вторият ДЗИ да е сред профилиращите предмети за съответния ученик. Също така не всички профилиращи предмети могат да бъдат избрани като втора матура. Например, ДЗИ по китайски език и ДЗИ по информатика няма, а в същото време има паралелки с интензивно изучаване на (и съответно профил по) китайски език и такива с профил информатика/информационни технологии. Понякога фактор за избор на втора матура от учениците се явява и начинът на балообразуване във висшите учебни заведения. Например: при образуване на бала се взема оценка по математика - ако ученикът се е явил на матура по математика, се взема оценката от матурата; ако ученикът е избрал друг предмет за втората си матура, се взема годишната оценка по математика от дипломата. Тъй като годишните оценки се пишат от учители по критерии, определени само и единствено от тях самите, обикновено това е по-сигурният избор за по-високата оценка (която в много случаи е 6,00). В такъв случай учениците избират "да играят на сигурно" и да се явят на матура по друг предмет - например английски или друг чужд език, с цената на това да имат по-ниска цялостна диплома, но по-висок бал за прием във ВУЗ.

Друг негатив/пропуск при провеждането на ДЗИ в България в момента е липсата на нива по предметите - "основно" и "високо". Учебно-изпитната програма и съдържанието са едни и същи независимо от хорариума, с който ученик изучава съответния предмет. Например математика на I равнище се изучава 2 или 3 учебни часа седмично, а на II равнище - 5, 6 или дори 7. За няколко пъти повече учебни часове (които често са дори и повече - заради СИП-овете в МГ-тата) учениците покриват много повече материал, а биват изпитвани на много по-малко. Като резултат при кандидатстване в чужбина учениците могат да докажат по-задълбоченото изучаване и по-голямото количество изучен материал само чрез хорариум, но не и чрез оценка от реален изпит (еднакъв за всички ученици от всички училища в България), която да удостоверява знанията им; и съответно от тях се изисква да полагат допълнителни изпити или дори да се явяват на допълнителни въвеждащи курсове (от които реална полза и

получаване на нови знания няма).

Или накратко казано: две задължителни матури са твърде малко на брой; предметите, по които те се провеждат, не са подбрани/ограничени правилно; годишните оценки от училище не рефлектират реални знания, а обективността на оценяването на учителите не гарантира корелация между годишни оценки и (потенциална) оценка от ДЗИ.

След всичко, написано дотук, идва въпросът какво би могло да бъде направено, за да промени картината на средното образование в България, както и на начина на провеждане на матурите. След направения във въведението преглед на различни образователни системи и като се вземе под внимание българската образователна система, по-долу е представено едно възможно решение:

- Да има повече на брой задължителни матури:

ЕВасс и IV изискват съответно 5 или 6 положени изпита, като има изпити, които се състоят от повече от една част. Същото може да бъде направено и в България - учениците да трябва да положат ДЗИ по (поне) един предмет от всяка от следните групи:

- Български език - тази матура да бъде задължителна за всички. От настоящата матура по БЕЛ да отпадне частта по литература и да остане само проверка на грамотността на учениците. Писането на текст може да бъде създаване на автобиография или мотивационно писмо по зададени данни - неща, които биха били от полза за всички ученици в реалния живот.

- Математика, Информатика или ИТ - учениците задължително да полагат матура по поне един от тези три предмета. За целта обаче първо трябва да има матури по Информатика и по ИТ, със съответните учебни съдържания и учебно-изпитни програми. Учениците, изучаващи някой от тези предмети профилирано, трябва да се явят задължително на съответния предмет. Също така профилиращите предмети трябва да имат подредба: ако ученик изучава профилирано Математика и Информатика, да е длъжен да се яви на ДЗИ по Математика, но ако изучава профилирано Информатика и Математика, да трябва да положи матура по Информатика.

- Точна (Природна) наука - Физика, Химия, Биология. За тези науки важи същото, което и за Математика и ИИТ.

- Хуманитарна наука - История, География, Философски цикъл, Литература. Частта "Литература" от матурата по БЕЛ попада в графата хуманитарни науки. По този начин може да бъде решен проблемът с матурата по БЕЛ, посочен по-горе в тази подсекция.

- Чужд език - би следвало, ако ученик е изучавал интензивно в VIII клас даден чужд език, да може да се яви на ДЗИ по този език. За целта трябва да има учебно съдържание и учебно-изпитна програма по всеки предмет, който се предлага с интензивно изучаване в VIII на територията на Република България. Би следвало учениците да изберат за матура по чужд език първия или втория чужд език, който са изучавали, като отново да важи правилото за профилиращи предмети.

- Още една матура - Музика, Изобразително изкуство, ФВС, специални предмети от техникуми и професионални училища и т.н.; или втори (профилиращ) предмет по избор от предходните групи. За ученици от музикални, спортни и други подобни училища би следвало да могат да заменят някоя от другите си матури (с изключение

на Български език) за втора матура в тяхната сфера, например: Цигулка и Пеене; или Лека атлетика и Плуване.

- Образоването на крайната оценка в дипломата да става по различен начин:

Ученик да може да завърши средното си образование само след като е положил поне 6 матури и на всяка от тях е получил оценка поне Среден 3,00. Учениците да могат (физически) да се явят на всички възможни матури - за целта не може да има само 2 основни дати и след това в рамките на около 2 седмици да има по два изпита на ден - както е в момента. Необходимо е да се планира сесия. Тъй като това ще отнеме твърде много учебни дни, ако останалите ученици не учат в дните с матури - както е в момента, учебният процес в училищата с матури трябва да бъде преорганизиран. Учениците, полагащи ДЗИ, да бъдат изолирани на отделен етаж или в отделна част на училището (например във физкультурния салон - за целта там трябва да бъдат пренесени чинове и столове). В дипломата да бъдат записвани оценките от всички положени ДЗИ, но в образоването на крайната оценка да влизат само част от матурите - например: тази по Български език, една матура по профилиращ предмет и още една матура по избор, като ученикът да може сам да прецени кои оценки ще участват в дипломата му след като вече знае всичките си оценки.

Чрез провеждането на повече на брой матури ще се гарантира поне едно минимално ниво на завършващите ученици. Също така ще се намали "губенето на време" и невнимаването в часовете, тъй като за две матури ученик може да се подготви с допълнителни курсове/уроци, но допълнителната подготовка за шест (или дори повече) матури би била непосилна - ще отнема твърде много време и ще струва твърде скъпо. Затова учениците (и родителите) ще бъдат заинтересовани да получават знания в час и ще изискват от учителите си да ги подготвят на достатъчно високо ниво. Като резултат учителите ще трябва да отделят повече време за подготовка на уроците за редовните си часове в училище и ще имат по-малко време за подготовка и даване на частни уроци, а търсенето на частни уроци ще намалее, тъй като учениците ще получават необходимите знания в училище.

Друг аспект на явяването на всички ученици на шест матури е това, че ще може да има по-реална оценка на училищата и на учителите в тях. Ще може да бъде направена по-реална оценка на училищата/профилираните паралелки според съответния им профил, тъй като учениците ще се явяват на (почти) едни и същи предмети. При класацията на училищата по втора матура при ДЗИ в момента понякога се получават "небивалици" - училище, в което 1 ученик е избрал да се яви на матура по Математика и е получил оценка Отличен 6,00 оглавява класацията, а МГ, в която почти всички ученици са се явили на втора матура по Математика и са били оценени отлично, е по-назад, тъй като средният успех на всички ученици е под 6,00. Обективността и акуратността на оценяването на учителите също ще може да бъде проследена и оценена. Нормално е разминаване от няколко стотни между средна годишна оценка и оценка от матурата, дори половин единица е допустима. Това може да се дължи на стрес по време на изпит или дори на факта, че годишните оценки са цели числа, а резултатите от ДЗИ са с точност 0,01. По-големи разминавания в едната или в другата посока биха означавали, че оценките на учениците в това училище (или при този учител) и по този предмет не са реални, а учителят следва да обърне внимание на методите си на изпитване и оценяване (или да бъде задължен да обърне внимание и да преразгледа

практиките си на изпитване и оценяване).

Също така, вместо да се явяват на изпити за промяна на оценка с цел повишаване, на учениците да може да им бъде призната оценката от матурата по съответния предмет - закръглена за оценки между ...,50 и ...,00 и точната оценка за оценки между ...,00 и ...,50. По този начин ще бъде намален субективният фактор при оценяването от учител. Когато годишната оценка е много по-висока от оценката от ДЗИ, следва също да бъде обърнато внимание и да бъдат взети мерки.

### **Как се вписва разделението на нива в тази идея за промяна?**

Такова разделение на учениците по групи според нивото им, като предложеното в 3.4 на изложението, би имало положителен ефект само при наличието на стимул или препятствие, което да служи за мотивация - като например задължително явяване на матура и успешното ѝ взимане с оценка поне Среден 3,00. При липсата на задължителен елемент, стандартизиран за цяла България, такова разделение и практическо намаляване на обема на материала за по-ниските нива ще доведе до още по-голям спад в нивото на тези ученици. Но със задължителна матура, разделение на групи и реорганизация на материала, така че да бъде насочен към съответните за нивото цели (определена оценка на ДЗИ за по-ниските нива; успешно взимане на КСИ и явяване на състезания за по-високите) ще се вдигне нивото на учениците, които в момента са “на дъното”.

- Тъй като в зависимост от избрания профил учениците изучават материала на различни нива (по математика има I и II равнище), би било добре и матурите да се провеждат на (поне) две нива - “основно” и “високо”, за да могат учениците с повече умения да бъдат отделени.

- Поради големия предложен брой матури би било добре учениците да могат да се явяват по-рано на матура по някои от предметите. Например по математика (особено при липсата в момента на две нива на трудност на матурата) учениците от МГ или профилирани паралелки биха могли да “отметнат” математиката след XI клас или дори по-рано. Правото да се явят по-рано и колко по-рано (след X или след XI клас) може да бъде определяно от нивото на ученика. Също така разделението на нива би могло да играе роля за неявяване на матура - на учениците от нива 8 и 9 да им бъде признавана служебно оценка Отличен 6,00 например, а на тези от ниво 9 - оценка Отличен 6,00 за КСИ по математика за избрано от тях ВУЗ в България (в момента такава оценка се признава само на първенеца на НОМ).

## 4 Заключение

Учениците, които имат мотивация, учат за оценки, а не за знания, а тези, при които мотивацията липсва, обикновено получават тройки по милост в името на делегираните бюджети - за да не отпаднат от училище. Такава е картината в масовите български училища в момента. Матурата по Математика е по избор, задължителна е само тази по Български език и литература. Годишната оценка се пише от учителя и няма ясни и точни критерии, по които тя наистина да бъде съпоставима с оценките в останалите училища или дори при останалите преподаватели в същото училище. В една и съща паралелка има ученици, на които математиката е интересна и искат да напредват, както и такива, които просто искат да “избутат”. Това е средното образование в момента. Не само по математика, а по всички предмети. Единствено по БЕЛ в XI и XII клас се полагат малко повече усилия, тъй като държавният зрелостен изпит е задължителен.

Страниците на тази разработка предлагат промяна, целяща подобрене - поне по математика.

Разгледани са матурите по математика и направена съпоставка между тях и учебните програми, като е отбелязано (не)съответствието помежду им. Държавният зрелостен изпит като инструмент за оценяване на учениците на края на XII клас е взет за отправна точка при предложените промени:

- учениците да бъдат разделени по нива спрямо знанията и уменията им, като тези групи да могат да се променят в зависимост от прогреса на всеки отделен ученик вместо “статичните” паралелки в момента, които не се променят от VIII до XII клас; като заедно с това са изброени предимствата, както и възможните пречки и промените, необходими за това

- намаляване на материала за учениците с по-слаб интерес и увеличаване на материала за тези с по-изявен интерес - за да не спрат тези с по-слаб интерес да учат, матурата следва да бъде задължителна. Предложена е идея за реформа, която да гарантира знания по по-голям набор от предмети, както и да уеднакви до някаква степен оценяването на различните учители, и да може да бъде правено сравнение между различните училища

- предложени са две преразпределения на материала за училищата с минимален брой часове по математика, като са оставени възможности учителите/училищата да правят промени в съответствие с учениците им.

Целта на тази дипломна работа - да представи възможно решение за подобрене в гимназиалния курс на обучение по математика - е изпълнена. За да се провери дали на практика има промяна, е необходимо група ученици да бъдат обучавани по предложения начин и резултатите им да бъдат сравнени с резултатите на ученици, следвали традиционните разпределения на учебния материал, като за целта би могла да бъде проведена анкета и с двете групи.

Тъй като обемът на разработката не го позволява, детайлна структура на материала и разделението му на единици знание и цели на обучението не е направена. За да работят безпроблемно предложените промени, такава следва да бъде направена.

Също така трябва да бъде създадена банка със задачи, сходни със задачите на матурата, която учителите да могат да използват в часовете си - за преподаване на нов материал или за проверка на степента на усвояване на материала от учениците.

## 5 Приложения

### 5.1 Учебно-изпитна програма за държавен зрелостен изпит по математика

Наредба №1 от 11.04.2003 год. за учебно-изпитните програми за държавните зрелостни изпити

Приложение №9 към чл. 4, т. 9

(Изм. - ДВ, бр. 98 от 2006 год. в сила от 05.12.2006 год. )

Учебно-изпитна програма за държавен зрелостен изпит по математика

#### 5.1.1 Учебно съдържание

##### Алгебра

- Реални числа

- Дробно-рационални изрази, уравнения и неравенства:

тъждествени преобразувания на изрази, дробно-рационални уравнения и рационални неравенства, свеждащи се до линейни

- Квадратна функция:

свойства и графика на квадратната функция, квадратни уравнения и неравенства, уравнения и неравенства, свеждащи се до квадратни, системи уравнения от втора степен с две неизвестни

- Степен и логаритъм:

тъждествени преобразувания на изрази, съдържащи степени с рационален степенен показател, ирационални уравнения, записани с квадратни корени, съдържащи до два радикала

- Тригонометрични функции:

преобразуване на изрази, съдържащи тригонометрични функции, свойства на тригонометрични функции

- Числови редици:

аритметична прогресия и геометрична прогресия, лихва

##### Комбинаторика, вероятности и статистика

- Съединения без повторения:

пермутации, вариации, комбинации

- Вероятност:

случайни събития, класическа вероятност

- Статистика:

статистически ред, статистически средни, диаграми

##### Геометрия

- Подобни триъгълници:

теорема на Талес, свойство на вътрешната ъглополовяща, четвърта пропорционална, подобни триъгълници, признаци за подобни триъгълници, лица

- Правоъгълен триъгълник:

теорема на Питагор, метрични и тригонометрични зависимости за елементи на правоъгълен триъгълник, лице

- Произволен триъгълник:  
синусова и косинусова теорема, метрични и тригонометрични зависимости за елементи на произволен триъгълник, лице
- Четириъгълник:  
успоредник, трапец, лице

### 5.1.2 Оценявани компетентности

#### Алгебра

- Знае и умее да извършва действия и сравняване на реални числа
- Знае и умее да намира допустими стойности на променливи и числени стойности на изрази, преобразуване на изрази, да решава дробни уравнения и неравенства, да решава уравнения, съдържащи модули, и да доказва тъждества
- Знае и умее да намира дефиниционно множество и множество от стойности на функция, най-голяма и най-малка стойност на квадратна функция при зададен интервал, умее да решава квадратни уравнения и неравенства, уравнения и неравенства, свеждащи се до квадратни, умее да решава системи уравнения от втора степен с две неизвестни, умее да прилага формулите на Виет и умее да моделира
- Знае и умее да преобразува изрази, съдържащи степени, умее да определя допустими стойности и чужди корени, умее да решава ирационални уравнения, умее да сравнява логаритми
- Знае и умее да прилага свойствата на основните тригонометрични функции, да преобразува изрази и да доказва тригонометрични тъждества, умее да намира стойности на функция по дадени стойности на аргумента и обратно
- Знае и умее да решава задачи, свързани с прогресии, както и умее да използва формулите за проста и сложна лихва за моделиране на конкретни ситуации

#### Комбинаторика, вероятности и статистика

- Знае и умее да определя вида на съединението, умее да определя по различни начини броя на възможностите
- Знае и умее да намира класическа вероятност
- Знае и умее да обработва и анализира данни, да избира средната стойност (мода, медиана, средноаритметично), характеризираща най-добре дадена статистическа съвкупност, както и умее да представя и разчита статистически данни, представени чрез диаграми

#### Геометрия

- Знае и умее да открива подобни триъгълници, умее при дадено подобие на два триъгълника да търси основни елементи (страни, ъгли) на триъгълника, умее да намира коефициент на подобие, умее да намира съответни елементи на подобни триъгълници и умее да намира лице
- Знае и умее да решава правоъгълен и равнобедрен триъгълник и умее да намира лице
- Знае и умее да намира елементи и лице на произволен триъгълник по дадени страни и ъгли
- Знае и умее да намира елементи и лица на успоредник, трапец, произволен четириъгълник

## 5.2 Учебна програма - VIII клас

### 5.2.1 Цели на обучението по математика в VIII клас:

1. Усвояване на ирационалните числа, записани с квадратен корен, на свойства и операции с тях.
2. Разширяване и задълбочаване на знанията на учениците за уравненията чрез изучаване на квадратни уравнения.
3. Придобиване на умения за решаване на системи линейни уравнения и системи линейни неравенства.
4. Усвояване на понятието функция, на функциите  $y = ax + b$ ,  $y = ax^2$ ,  $a \neq 0$ , техните свойства и графики и придобиване на знания за права и обратна пропорционалност.
5. Усвояване на понятието вектор в равнината, на афинните операции с вектори и техни приложения.
6. Усвояване на еднаквостите в равнината.
7. Задълбочаване и разширяване на знанията на учениците за геометричните фигури чрез изучаване взаимните положения на окръжности, на окръжност и ъгъл, на окръжност и многоъгълник, на свойства на забележителни точки в триъгълник.
8. Задълбочаване на логическите знания и умения, формиране на логическа култура и усвояване на математически език.
9. Усвояване на основни приложения на изучаваните математически знания, като се показват интегративните функции на математиката.
10. Формиране на положително отношение към математиката, създаване на интерес и мотивация на учениците за придобиване на знания и умения.
11. Развиване на наблюдателност, въображение, концентрация на мисленето, памет.
12. Овластяване на обективни критерии за оценка на духовните и материалните ценности на обществото.
13. Изграждане на навици за опазване на околната среда и на собственото здраве.

### 5.2.2 Очаквани резултати и учебно съдържание (таблица)

Тема 1: Квадратен корен				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Познава ирационални числа, записани с квадратен корен, може да ги сравнява и да извършва операции с тях.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да опростява числови изрази с квадратни корени.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае понятието квадратен корен на неотрицателно число и свойствата му;</li> <li>2. умее да сравнява квадратни корени и изрази, съдържащи квадратни корени;</li> <li>3. умее да извършва действия с квадратни корени;</li> <li>4. умее да рационализира дроб.</li> </ol>	квадратен корен ирационално число подкоренна величина коренуване	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• нареждат ирационални числа върху числовата ос;</li> <li>• се запознаят с някои грешни аналогии при действия с квадратни корени;</li> <li>• се запознаят с приближени стойности на корени;</li> <li>• се запознаят с исторически сведения, свързани с темата.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да смята рационално.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. подхожда рационално при преобразуване и оценка на изрази с квадратни корени.</li> </ol>		



Моделирание	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да оценява съдържателно получения при моделиране резултат и да го интерпретира.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да оценява ирационално число, записано с квадратен корен.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>умее да прилага знанията за сравняване на ирационални числа в задачи, изискващи оценка на числова стойност на израз.</li> </ol>		
<b>Тема 2: Квадратни уравнения</b>				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да решава квадратни уравнения с рационални коефициенти по формулата за намиране на корените му.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да решава квадратно уравнение.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>знае понятието квадратно уравнение, понятията, свързани с него, и видовете квадратни уравнения;</li> <li>знае формулата за корени на квадратно уравнение и умее да я прилага при решаването на квадратни уравнения;</li> <li>умее да решава уравнения, свеждащи се до квадратни;</li> <li>умее да решава непълни квадратни уравнения.</li> </ol>	<p>квадратно уравнение</p> <p>коефициенти на квадратно уравнение</p> <p>пълно квадратно уравнение</p> <p>непълно квадратно уравнение</p> <p>дискриминанта на квадратно уравнение</p> <p>двоен корен</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>се запознаят с исторически факти по темата.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее рационално да решава различните видове квадратни уравнения.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>умее да подхожда рационално при решаване на видовете квадратни уравнения.</li> </ol>		
<b>Тема 3: Вектори. Средна отсечка</b>				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Фигури и тела	<p><b>Стандарт 1:</b> Знае основните геометрични фигури (триъгълник, четириъгълник), техните елементи и свойства.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Знае и използва свойствата на средни отсечки в триъгълник и трапец и медицентър на триъгълник.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>знае понятието средна отсечка в триъгълник, свойствата ѝ и умее да ги използва;</li> <li>знае понятието средна отсечка (основа) в трапец, свойствата ѝ и умее да ги прилага;</li> <li>знае понятието медицентър на триъгълник, свойствата му и умее да ги прилага;</li> <li>умее да открива и създава ситуации, свързани със средни отсечки.</li> </ol>	<p>средна отсечка в триъгълник</p> <p>средна отсечка в трапец</p> <p>медицентър на триъгълник</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>се запознаят с различни начини за доказване свойствата на средни отсечки и медицентър (с вектори, еднакви триъгълници, лица и др.)</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на логическите съюзи "и", "или", "ако ... то" и на релацията на еквивалентност <math>\equiv</math>.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да образува на конкретно ниво отрицание на твърдение, съдържащо логическите съюзи "и"/"или".</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Умее да преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да извършва доказателства на базата на логическата структура на изучената теория.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>умее да разграничава твърденията от темата като необходими и достатъчни условия;</li> <li>умее да образува отрицание на твърдения, съдържателно свързани с темата;</li> <li>умее да анализира условията на твърдение и да избира подходящи средства за доказателство.</li> </ol>		

Моделирание	<p><b>Стандарт 1:</b> Знае понятието вектор, операциите събиране и изваждане на вектори, умножение на вектор с число.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да извършва афинни операции с вектори и да ги използва.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае понятието вектор и понятията, свързани с него;</li> <li>2. знае операции с вектори, техните свойства, умее да извършва операции с вектори и уме да ги прилага;</li> <li>3. умее в конкретна ситуация да представя вектор като линейна ситуация на вектори.</li> </ol>	<p>еднопосочни лъчи противопосочни лъчи посока направление насочена отсечка вектор нулев вектор дължина на вектор посока на вектор еднопосочни вектори противопосочни вектори равни вектори противоположни вектори сбор на вектори разлика на вектори произведение на вектор с число колинеарни вектори</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• се запознаят с основни векторни равенства</li> <li>• използват векторите като средство за доказване на равенство и успоредност на отсечки, съвпадане на точки, колинеарност на точки;</li> <li>• се запознаят с основни приложения на векторите във физиката.</li> </ul>
<b>Тема 4: Функции</b>				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Функции. Измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да представя таблично и графично функции от вида <math>y = ax + b</math> и <math>y = ax^2</math>, <math>a \neq 0</math>.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да построява графика на функция и да я използва.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. има представа за понятието функция и за начините за задаване на функции;</li> <li>2. умее да намира функционална стойност, стойност на аргумента при различно задаване на функция и да установява принадлежност на точка към графика на функция;</li> <li>3. знае линейна функция и умее да чертае графиката ѝ;</li> <li>4. знае функцията <math>y = ax^2</math>, <math>a \neq 0</math> и умее да чертае графиката ѝ;</li> <li>5. умее да извлича информация от зададена графика на функция;</li> <li>6. осмисля връзката между графика на линейна функция и някои понятия, свързани с линейно уравнение и линейно неравенство.</li> </ol>	<p>аргумент функция функционална стойност дефиниционно множество допустими стойности множество от функционални стойности графика на функция</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• се запознаят с примери за различни връзки между величини, в това число и функционални;</li> <li>• осмислят преминаването от аналитично към графично задаване на функция;</li> <li>• намират лица на фигури, получени при пресичане на графики на линейни функции;</li> <li>• се запознаят с графики на някои функции (например <math>y =  ax + b </math>, <math>y = \frac{a}{x}</math> и др.).</li> </ul>
Елементи от вероятности и статистика	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да събира, организира и описва данни.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да разчита, интерпретира и оценява информация, предадена с графики и таблици.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да представя и разчита таблично и графично предадена информация.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да представя с таблица или графика събрана количествена информация;</li> <li>2. умее да прави качествена и количествена оценка на информация, представена таблично или графично.</li> </ol>		<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• интерпретира таблично и графично зададена информация, разглеждана в други учебни дисциплини.</li> </ul>
Моделирание	<p><b>Стандарт 1:</b> Познава права и обратна пропорционалност.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Моделира реални ситуации с прави или обратнорпропорционални зависимости.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да открива права и обратна пропорционалност в познати зависимости.</li> </ol>	<p>права пропорционалност обратна пропорционалност</p>	

Тема 5 : Еднаквости				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Функции. Измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да построява образ на точка, отсечка и окръжност при еднаквост.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Построява образи на познати геометрични фигури при еднаквости.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. има представа за геометрично преобразуване и преобразуването еднаквост в равнината;</li> <li>2. знае различните видове еднаквости и понятията, свързани с тях;</li> <li>3. умее да построява образ на точка, отсечка и окръжност при еднаквост.</li> </ol>	<p>геометрично преобразуване еднаквост образ първообраз осева симетрия ос на симетрия симетрични точки централна симетрия център на симетрия ориентиран ъгъл център на ротация транслация вектор на транслация</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• построяват образи на геометрични фигури при еднаквост или композиция на еднаквости;</li> <li>• свързват знанията за еднаквости с графички на функции.</li> </ul>
Тема 6: Системи линейни уравнения с две неизвестни				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да решава системи линейни уравнения с две неизвестни.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Знае и умее да прилага различни методи за решаване на система линейни уравнения.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. разпознава линейни уравнения с две неизвестни, знае понятията, свързани с тях, и може да изразява едното неизвестно чрез другото;</li> <li>2. знае понятието система уравнения и понятията, свързани с тях;</li> <li>3. умее да решава система линейни уравнения чрез заместване или събиране.</li> </ol>	<p>линейно уравнение с две неизвестни система линейни уравнения с две неизвестни наредена двойка числа решение на уравнение с две неизвестни решение на система уравнения еквивалентни системи уравнения</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• обвържат знанията за функции с понятията от темата;</li> <li>• решават някои системи уравнения с един параметър;</li> <li>• използват метод на полагането при решаване на системи;</li> <li>• решават системи линейни уравнения с три неизвестни.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на логическия съюз "и" и на релацията на еквивалентност <math>\equiv</math>.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. осъзнава еквивалентността при решаване на системи линейни уравнения;</li> <li>2. умее да преценява рационалността на избрания метод за решаване на системата.</li> </ol>		
Моделиране	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да моделира със системи линейни уравнения с две неизвестни.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да оценява съдържателно получения при моделиране резултат и да го интерпретира.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Разбира и моделира конюнктивни връзки с помощта на системи.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да използва системи линейни уравнения за моделиране на различни ситуации;</li> <li>2. умее да интерпретира съдържателно решението на системата съобразно конкретната ситуация.</li> </ol>		
Тема 7: Системи линейни неравенства с едно неизвестно				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да решава системи линейни неравенства с едно неизвестно и неравенства, свеждащи се до линейни.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да решава системи линейни уравнения и неравенства, свеждащи се до тях.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае понятието система неравенства и понятията, свързани с тях;</li> <li>2. умее да решава система от 2 линейни неравенства;</li> <li>3. умее да решава двойно неравенство, неравенство от вида <math>f(x).g(x) &gt; 0</math>, <math> ax + b  &gt; c</math> и подобни на тях, свързани със знаците <math>&lt;</math>, <math>\leq</math>, <math>\geq</math>.</li> </ol>	<p>сечение на числови интервали обединение на числови интервали система неравенства решение на система неравенства двойно неравенство еквивалентни системи неравенства</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• решават системи с повече от две линейни неравенства.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на логическия съюз "и" и "или" и релацията на еквивалентност <math>\equiv</math>.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее правилно да обосновава решаването на неравенства и системи неравенства.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. осъзнава еквивалентността при решаване на системи линейни неравенства;</li> <li>2. разбира смисъла на логическите съюзи "и", "или" при решаване на двойни неравенства, на неравенство от вида <math>f(x).g(x) &gt; 0</math>, <math> ax + b  &gt; c</math> и подобни на тях, свързани със знаците <math>&lt;</math>, <math>\leq</math>, <math>\geq</math>.</li> </ol>		

Тема 8: Окръжност и многоъгълник				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Фигури и тела	<p><b>Стандарт 1:</b> Знае основните геометрични фигури (триъгълник, четириъгълник, правилен многоъгълник и окръжност), техните елементи, видове и свойства.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да построява геометричните обекти, описани в основните построителни задачи.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Знае твърдения за вписани и описани многоъгълници и умее да ги използва.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>знае и може да определя взаимни положения на: <ul style="list-style-type: none"> <li>точка и окръжност;</li> <li>права и окръжност;</li> <li>две окръжности;</li> </ul> </li> <li>знае и умее да прилага свойствата на хорди в окръжността;</li> <li>знае забележителни точки на триъгълник и твърдения, свързани с тях;</li> <li>знае геометрично място от точки, от които дадена отсечка се вижда под даден ъгъл, и умее да го построява;</li> <li>свързва познати геометрични обекти с понятието геометрично място от точки и ги използва в конструктивни задачи;</li> <li>знае необходими и достатъчни условия за вписани и описани четириъгълници и умее да ги прилага;</li> <li>умее да построява допирателна от външна точка към окръжност.</li> </ol>	<p>геометрично място на точки</p> <p>вътрешна точка за окръжност</p> <p>външна точка за окръжност</p> <p>допирателна към окръжност</p> <p>допирна точка</p> <p>секуща на окръжност</p> <p>външнодопирателни окръжности</p> <p>вътрешнодопирателни окръжности</p> <p>пресичащи се окръжности</p> <p>концентрични окръжности</p> <p>централа на две окръжности</p> <p>обща допирателна към две окръжности</p> <p>описана окръжност около многоъгълник</p> <p>вписана окръжност в многоъгълник</p> <p>описан многоъгълник</p> <p>ортоцентър</p> <p>център на описаната окръжност за триъгълник</p> <p>център на вписаната окръжност за триъгълник</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>построяват триъгълник по различни съвкупности от дадени елементи;</li> <li>се запознаят с някои геометрични места от точки и техни приложения;</li> <li>построяват обща допирателна към две окръжности.</li> </ul>
Функции. Измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Знае да определя по вид и намира ъгли, свързани с окръжност.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Използва знанията за мерки на ъгли, свързани с окръжност в конкретни геометрични ситуации.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>знае видовете ъгли, свързани с окръжност, твърдения за тях и умее да ги прилага.</li> </ol>	<p>принадлежаща дъга на централен ъгъл</p> <p>вписан ъгъл</p> <p>периферен ъгъл</p> <p>ъгъл, чийто връх е вътрешна точка за окръжност</p> <p>ъгъл, чийто връх е външна точка за окръжност</p>	
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на релацията еквивалентност <math>\equiv</math>.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Разбира смисъла на думите теорема свойство и теорема признак.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Умее да преценява вярност и рационалност в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Открива и използва логическата структура на твърдения.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>знае и умее да прилага признаци свойства за вписан и описан четириъгълник;</li> <li>умее да разграничава и създава ситуации, в които прилага теорема-признаци и теорема-свойства;</li> <li>умее да формулира хипотеза и да я прилага;</li> <li>разбира смисъла на релацията еквивалентност и може да обосновава еквивалентност на твърдения.</li> </ol>		

## 5.3 Учебна програма - IX клас, първо равнище

### 5.3.1 Цели на обучението по математика в IX клас

- Усвояване на понятието рационален израз и на умения да се извършват тъждествени преобразувания и операции с тях.
- Задълбочаване и разширяване знанията на учениците за уравненията чрез изучаването на рационални и ирационални уравнения и методи за тяхното решаване.
- Усвояване на преобразуването подобие.
- Усвояване на зависимости в правоъгълен триъгълник.
- Задълбочаване на логическите знания и умения, формиране на логическа култура и усвояване на математически език.

6. Усвояване на основните приложения на изучаваните математически знания, като се изясняват вътрешнопредметните и междупредметните взаимовръзки.

7. Овладяване на научнопознавателни методи и идеи.

8. Формиране на положително отношение към математиката, създаване на интерес към нея и мотивация на учениците за придобиване на знания и умения и формиране на граждански позиции.

### 5.3.2 Очаквани резултати и учебно съдържание (таблица)

Тема 1: Рационални изрази. Рационални уравнения				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Извършва тъждествени преобразувания на рационални изрази.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Извършва действия с рационални изрази с рационални коефициенти и умее да ги прилага.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Решава рационални уравнения.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Знае видовете рационални уравнения, методите за решаването им и умее да ги прилага.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>знае алгоритмите за операциите с рационални изрази; умее да пресмята числена стойност на рационален израз, умее да извършва тъждествени преобразувания на рационални изрази (съдържащи не повече от четири действия) и да доказва тъждества;</li> <li>умее да решава пълни и непълни квадратни уравнения с рационални коефициенти;</li> <li>умее да разлага на множители квадратен тричлен с рационални коефициенти;</li> <li>знае и умее да прилага теоремите на Виет за <ul style="list-style-type: none"> <li>определяне знаците на корените на квадратно уравнение;</li> <li>съставяне на квадратно уравнение по зададени корени;</li> </ul> </li> <li>умее да решава уравнения от по-висока степен чрез: <ul style="list-style-type: none"> <li>разлагане</li> <li>полагане;</li> </ul> </li> <li>умее да решава дробни рационални уравнения, свеждащи се до линейни или квадратни уравнения.</li> </ol>	<p>рационална дроб допустими стойности тъждество непълно квадратно уравнение пълно квадратно уравнение квадратен тричлен биквадратно уравнение</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>сравняват алгоритми;</li> <li>откриват аналогия между алгоритми.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на понятията "за всяко", "съществува", "необходимо условие", "достатъчно условие".</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да образува на конкретно ниво отрицание на твърдение.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Умее да преценява вярност, рационалност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага елементи от формалната логика на неформално ниво при задачи, свързани с изрази и уравнения.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>използва логическите съюзи "и", "или", понятията "за всяко", "съществува", както и релацията "еквивалентност" при преобразуването на рационални изрази и при решаване на рационални уравнения;</li> <li>разбира смисъла на понятията "необходимо условие", "достатъчно условие" (права и обратна теорема) и ги конкретизира в ситуации, свързани с теоремите на Виет;</li> <li>използва отрицание на твърдение при определяне на допустими и недопустими стойности на рационални изрази;</li> <li>умее да използва контрапример за доказване неверността на твърдение;</li> <li>преценява рационалност при избор на алгоритъм за преобразуване на изрази и решаване на уравнения.</li> </ol>	<p>необходимо условие достатъчно условие права и обратна теорема</p>	

Моделиране	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да моделира с уравнения, свеждащи се до линейни или квадратни.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да оценява съдържателно получен резултат.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Предвижда в определени рамки очакван резултат.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да използва уравненията като средство за моделиране.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. моделира различни ситуации с уравнения, свеждащи се до линейни или квадратни;</li> <li>2. оценява формално и интерпретира съдържателно резултати, получени от решението на математическия модел;</li> <li>3. предвижда в определени рамки очакван резултат и го контролира при работа с технически средства.</li> </ol>		<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• моделират реални ситуации;</li> <li>• решават задачи от икономика, финанси и др.</li> </ul>
<b>Тема 2: Система уравнения от втора степен с две неизвестни</b>				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Решава системи уравнения от втора степен с две неизвестни чрез заместване, събиране или полагане.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Решава системи уравнения от втора степен с две неизвестни и умее да ги прилага.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае понятието система уравнения от втора степен с две неизвестни и понятията, свързани с него;</li> <li>2. разбира и прилага теоремите за равностойност при решаване на системи уравнения.</li> </ol>	уравнение от втора степен с две неизвестни система уравнения от втора степен с две неизвестни	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• прилагат алгебрични знания в геометрични ситуации.</li> </ul>
<b>Тема 3: Ирационални изрази</b>				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Извършва тъждествени преобразувания на ирационални изрази.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Знае алгоритмите за операции с ирационални изрази и умее да извършва тъждествени преобразувания с тях.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае понятието ирационален израз и понятията, свързани с него;</li> <li>2. умее да извършва операциите с ирационални изрази;</li> <li>3. умее да рационализира изрази от вида <math>\frac{k}{b\sqrt{a}}</math>, <math>\frac{k}{\sqrt{a}\pm\sqrt{b}}</math>, <math>\frac{f(x)}{g(x)}</math>, <math>\frac{f(x)}{\sqrt{g(x)\pm\sqrt{h(x)}}</math>;</li> <li>4. умее да извършва тъждествени преобразувания на ирационални изрази;</li> <li>5. умее да пресмята числена стойност на ирационален израз.</li> </ol>	ирационален израз алгебричен израз допустими стойности числена стойности тъждествени изрази тъждественост на изрази рационализиране на знаменател на дроб	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• осъществяват различни преобразувания на изрази, насочени към предварително поставена цел.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на понятията "за всяко" и "съществува".</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да образува на конкретно ниво отрицание на твърдение.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Преценява рационалност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага формалните логически знания на неформално ниво при решаване на задачи от темата.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да използва кванторите за общност и съществуване, както и отрицание на твърдение при определяне на допустими стойности и числена стойност на ирационален израз;</li> <li>2. умее по рационален начин да преобразува ирационални изрази.</li> </ol>		
<b>Тема 4: Ирационални уравнения</b>				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да решава ирационални уравнения, записани с квадратни корени, съдържащи до два радикала.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Решава ирационални уравнения чрез нееквивалентни преобразувания.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае понятието ирационално уравнение и понятията, свързани с него;</li> <li>2. умее да решава ирационални уравнения от вида <math>\sqrt{f(x)} = c</math>, <math>\sqrt{f(x)} = ax + b</math>, <math>a\sqrt{f(x)} \pm b\sqrt{g(x)} = c</math>;</li> <li>3. разбира и прилага теоремата за неравностойност при решаване на ирационални уравнения.</li> </ol>	ирационални уравнения уравнение-следствие чужд корен еквивалентни уравнения	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• използват различни методи (полагане и оценки) при решаване на уравнения.</li> </ul>

Тема 5: Подобие				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Фигури и тела	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да прилага признаците за подобни триъгълници.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Прилага признаците за подобни триъгълници.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае понятието подобни триъгълници и понятията, свързани с него;</li> <li>2. знае и непосредствено прилага признаците за подобни триъгълници;</li> <li>3. знае свойствата на съответните елементи на подобни триъгълници;</li> <li>4. знае свойството на лицата на подобните триъгълници;</li> <li>5. знае и прилага теоремата на Талес и свойството на вътрешната ъглополовяща в триъгълник.</li> </ol>	отношение на отсечки пропорционални отсечки подобни триъгълници съответни елементи коефициент на подобие четвърта пропорционална	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• се запознаят с автентични произведения на изкуството, съдържащи подобни фигури;</li> <li>• използват теоретични знания за решаване на практически задачи;</li> <li>• оценява правдоподобност на резултат, отчитайки дименсията на величините.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на понятията "необходимо условие", "достатъчно условие", "необходимо и достатъчно условие".</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да образува на конкретно ниво отрицание на твърдение.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Умее да преценява целесъобразност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да използва логическите знания в конкретна ситуация.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да разграничава твърденията от темата като необходими и достатъчни условия (права и обратна теорема) и умее да разграничава ситуацията, в които може да ги прилага;</li> <li>2. аргументирано използва отрицание на твърдение при решаване на задачи от темата;</li> <li>3. умее да разграничава типични ситуации, свързани с приложение на подобни триъгълници.</li> </ol>		
Моделиране	<p><b>Стандарт 1:</b> Моделира с уравнения, свеждащи се до линейни или квадратни.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Оценява съдържателно получен резултат.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Предвижда в определени рамки очакван резултат.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да моделира геометрични ситуации.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да моделира геометрични ситуации с уравнения и системи уравнения;</li> <li>2. умее съдържателно да интерпретира получен резултат;</li> <li>3. умее да оценява получен спрямо очакван резултат.</li> </ol>		
Тема 6: Правоъгълен триъгълник				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Функции. Измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Знае основните тригонометрични функции и основните тригонометрични тъждества.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Използва знанията си тригонометрични функции при преобразуване на изрази и доказване на тъждества.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае и прилага метрични зависимости в правоъгълен триъгълник;</li> <li>2. знае тригонометрични функции на остър ъгъл в правоъгълен триъгълник;</li> <li>3. знае основните тригонометрични тъждества за тригонометрични функции на един и същ остър ъгъл, на ъгли, допълващи се до <math>90^\circ</math>, и може да ги прилага;</li> <li>4. знае стойностите на тригонометричните функции на ъгли с мярка <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> и <math>60^\circ</math>.</li> </ol>	синус косинус тангенс котангенс метрична зависимост средно геометрично тригонометрично тъждество	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• се запознаят с исторически сведения по темата.</li> </ul>
Фигури и тела	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да решава правоъгълен триъгълник.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Решава правоъгълен триъгълник чрез използване на метрични зависимости и тригонометрични функции на остър ъгъл.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да намира основните елементи (страни и ъгли) на правоъгълен триъгълник;</li> <li>2. умее да намира елементи на равнобедрен триъгълник и равнобедрен трапец.</li> </ol>		
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на понятията "необходимо условие", "достатъчно условие", "необходимо и достатъчно условие".</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да преценява целесъобразност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да използва логическите знания в конкретни ситуации, свързани с темата.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. разбира конкретните твърдения от темата като необходимо условие, достатъчно условие и необходимо и достатъчно условие за правоъгълен триъгълник (права и обратна теорема);</li> <li>2. умее да открива и създава ситуации, свързани с решаване на правоъгълен триъгълник.</li> </ol>		<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• попадната в ситуация, които подсказват обобщения.</li> </ul>

Моделиране	<p><b>Стандарт 1:</b> Моделира с уравнения, свеждащи се до линейни и квадратни.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Моделира със системи уравнения с две неизвестни.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Оценява съдържателно получен резултат.</p> <p><b>Стандарт 4:</b> Предвижда в определени рамки очакван резултат.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да моделира геометрични ситуации.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. умее да моделира геометрични ситуации с уравнения и системи уравнения;</p> <p>2. умее съдържателно да интерпретира получен резултат;</p> <p>3. умее да оценява получен спрямо очакван резултат.</p>		
------------	---	--	--	--

## 5.4 Учебна програма - X клас, първо равнище

### 5.4.1 Цели на обучението по математика в X клас

1. Усвояване на свойствата на квадратната функция и на графичния подход като метод на разсъждение.
2. Разширяване и задълбочаване знанията на учениците за неравенства чрез изучаване на рационални и ирационални неравенства, метод на интервалите и други методи за тяхното решаване.
3. Разширяване на понятието степен.
4. Усвояване на зависимости в триъгълник и четириъгълник.
5. Запознаване с методи на броење и усвояване на комбинаторното смятане.
6. Задълбочаване на логическите знания и умения, формиране на логическа култура и усвояване на математически език.
7. Усвояване на основните приложения на изучаваните математически знания като се изясняват вътрешнопредметните и междупредметните взаимодействия.
8. Овладеване на научно-познавателни методи и идеи.
9. Създаване на траен интерес към математиката и мотивация на учениците за придобиване на знания и умения и формиране на гражданска позиция.

### 5.4.2 Очаквани резултати и учебно съдържание (таблица)

Тема 1: Квадратна функция				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Има представа за реални числа и изобразяването им върху реалната права.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Има представа за множеството на реалните числа като разширение на множеството на рационалните числа.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. има представа за реалните числа и съответствието им с точките от числовата ос;</p> <p>2. знае операциите и релациите, свързани с реалните числа.</p>	реално число числова ос взаимно-еднозначно съответствие	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• възприемат (на интуитивно ниво) принципа на перманентност за разширение на числови множества.</li> </ul>
Функции. Измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да представя графично и таблично квадратна функция с рационални коефициенти, зададена аналитично, и да прилага свойствата ѝ.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да построява графика на квадратна функция и да я използва.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. знае понятието квадратна функция и нейните елементи;</p> <p>2. умее да построява с елементарни средства графика на квадратна функция;</p> <p>3. умее по графиката на квадратната функция да определя свойствата ѝ и да ги прилага.</p>	квадратна функция парабола върх на парабола ос на симетрия на парабола растяща функция намаляваща функция най-малка стойност на квадратна функция най-голяма стойност на квадратна функция	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• извличат математическа информация от дадена графика на функция.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага графичния подход за обосноваване свойствата на квадратната функция.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. умее да използва нагледните възможности на графичния метод в конкретни ситуации.</p>		



Тема 2: Рационални неравенства				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Решава рационални неравенства, включително и по метода на интервалите.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Знае методи за решаване на рационални неравенства и умее да ги прилага.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да решава квадратни неравенства като използва графиката на квадратната функция;</li> <li>2. знае метод на интервалите и умее да го прилага за решаване на неравенства от по-висока степен;</li> <li>3. умее да решава дробни рационални неравенства по метода на интервалите.</li> </ol>	<p>квадратно неравенство биквадратно неравенство дробно неравенство метод на интервалите</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• правят пренос на знания при търсене и оценяване на решения и резултати.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на понятията “за всяко”, “съществува”, “необходимо условие”, “достатъчно условие”.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да преценява вярност, рационалност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага елементи от формалната логика при решаване на рационални неравенства.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да използва логическите съюзи “и”, “или” и релацията “еквивалентност” при решаване на рационални неравенства;</li> <li>2. умее да избира по рационален начин алгоритъм при решаване на рационални неравенства и да оценява верността на крайния резултат.</li> </ol>		
Тема 3: Степен				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Знае понятието степен с неговите основни свойства и понятието логаритъм.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Знае връзката между степен и логаритъм.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Извършва тъждествени преобразувания на ирационални изрази.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да извършва тъждествени преобразувания на изрази със степени и да ги прилага.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае понятието корен <math>n</math>-ти, свойствата и релациите, свързани с него;</li> <li>2. знае понятието степен с рационален степенен показател, операциите и релациите, свързани с него;</li> <li>3. умее да извършва операции с изрази като непосредствено прилага свойствата на корен <math>n</math>-ти и степен с рационален степенен показател;</li> <li>4. знае понятието логаритъм и умее да сравнява логаритми;</li> <li>5. умее да прилага определенията за степен и логаритъм за намиране на компонентите им.</li> </ol>	<p>корен <math>n</math>-ти коренуване рационализиране на знаменател на дроб степен с рационален степенен показател основа на степен логаритъм основа на логаритъм</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• прилагат знанията в реални ситуации.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да преценява вярност, рационалност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага целесъобразно знанията за степени.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да преценява рационалност при избор на алгоритъм в конкретна ситуация.</li> </ol>		
Тема 4: Триъгълник				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Функции. Измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Знае основните тригонометрични функции и основните тригонометрични тъждества.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да намира числена стойност на тригонометричен израз.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае тригонометричните функции синус, косинус, тангенс, котангенс на ъгъл в интервала <math>[0^\circ, 180^\circ]</math>;</li> <li>2. знае основните тригонометрични тъждества за тригонометрични функции на един и същ ъгъл и на ъгли, които се различават с <math>90^\circ</math> или се допълват до <math>90^\circ</math> или <math>180^\circ</math>, и умее да ги прилага при намиране числена стойност на тригонометричен израз.</li> </ol>	<p>функциите синус, косинус, тангенс, котангенс единична окръжност функционални стойности дефиниционно множество</p>	

Фигури и тела	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да решава произволен триъгълник.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да решава триъгълник чрез използване на метрични и тригонометрични зависимости.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае синусова и косинусова теорема за триъгълник;</li> <li>2. умее да решава триъгълник по дадени основни елементи (страни, ъгли);</li> <li>3. умее да намира елементи на триъгълник по дадени негови основни елементи;</li> <li>4. умее да намира елементи на успоредник и равнобедрен трапец по дадени техни основни елементи (страни, диагонали, ъгли) чрез решаване на триъгълник.</li> </ol>		<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• използват теоретични знания при разрешаване на практически проблеми, свързани с измерване.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да преценява вярност, рационалност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага логически знания в конкретните ситуации, свързани с темата.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да преценява рационалност на подхода и целесъобразно да избира логически връзки при решаването на триъгълник.</li> </ol>		
Моделиране	<p><b>Стандарт 1:</b> Моделира с уравнения, свеждащи се до линейни и квадратни.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Моделира със системи уравнения с две неизвестни.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Оценява съдържателно получен резултат.</p> <p><b>Стандарт 4:</b> Предвижда в определени рамки очакван резултат.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да моделира геометрични ситуации.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да моделира геометрични ситуации с уравнения и системи уравнения;</li> <li>2. умее съдържателно да интерпретира получен резултат;</li> <li>3. умее да оценява получен спрямо очакван резултат.</li> </ol>		
<b>Тема 5: Лица на равнинни фигури</b>				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Функции. Измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да пресмята лица на равнинни фигури.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да намира лица на фигури.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. знае и умее да прилага формули за лице на триъгълник и ги използва за намиране на формули за лица на правоъгълен триъгълник, равнобедрен триъгълник, ромб и квадрат по техни основни елементи;</li> <li>2. умее да намира и използва връзки между формулите за лице на триъгълник и между формулите за лица на фигури, имащи общи елементи;</li> <li>3. знае и умее да прилага формула за лице на правилен многоъгълник.</li> </ol>		<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• използват обобщение и специализация при извеждане формули за лице на триъгълник чрез различни негови елементи (страни, радиус на вписана окръжност, радиус на описана окръжност, две страни и ъгъл между тях);</li> <li>• използва лица за доказване на някои известни твърдения, доказани и с други методи.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага логически знания в конкретните ситуации, свързани с темата.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да преценява рационалност на избран подход и целесъобразност на логическите връзки при намиране на лица на фигури.</li> </ol>		<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• оценяват правдоподобност на резултат, отчитайки дименсиите на величините.</li> </ul>
Моделиране	<p><b>Стандарт 1:</b> Моделира с уравнения, свеждащи се до линейни и квадратни.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Моделира със системи уравнения с две неизвестни.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Оценява съдържателно получен резултат.</p> <p><b>Стандарт 4:</b> Предвижда в определени рамки очакван резултат.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да моделира геометрични ситуации.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. умее да моделира геометрични ситуации с уравнения и със системи уравнения;</li> <li>2. умее съдържателно да интерпретира получен резултат;</li> <li>3. умее да оценява получен спрямо очакван резултат.</li> </ol>		

Тема 6: Комбинаторика				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Вероятности и статистика	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да разграничава съединения без повторение в конкретна ситуация и да ги пресмята правилото за събиране и умножение на възможности.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да пресмята класическа вероятност и да я интерпретира.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага правилата на комбинаторно-то смятане в конкретни ситуации.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. умее да решава комбинаторни задачи чрез изписване на всички възможности с помощта на подходящо избрани средства;</p> <p>2. знае правилата за събиране и умножение на възможности и ги прилага в конкретни ситуации;</p> <p>3. знае понятието класическа вероятност и умее да намира вероятност на събития.</p>	<p>крайно множество подмножество съединение без повторение пермутация вариация комбинация класическа вероятност благоприятен изход възможен изход</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• откриват алгоритми за броене на възможности въз основа на анализ на конкретна ситуация;</li> <li>• използва теоретичните знания за оценка на избор и поведение.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на понятията "необходимо условие", "достатъчно условие", "необходимо и достатъчно условие".</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да образува на конкретно ниво отрицание на твърдение.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Умее да преценява рационалност и целесъобразност при избор в конкретна ситуация.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага елементи от формалната логика при броене на възможности.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. умее да използва логическите съюзи "и", "или", понятията "за всяко" и "съществува" при пресмятане брой на съединенията;</p> <p>2. умее да преценява целесъобразност и рационалност при избор на алгоритъм за броене.</p>		

## 5.5 Учебна програма - XI клас, първо равнище

### 5.5.1 Цели на обучението по математика в XI клас

1. Усвояване на знания за някои специфични числови редици и техни приложения.
2. Разширяване на знанията за тригонометричните функции и техни приложения.
7. Полагане основите на статистически знания чрез запознаване с механизмите за представяне на данни.
8. Задълбочаване на логическите знания и умения, формиране на логическа култура и усвояване на математически език.
9. Усвояване на основните приложения, като се разширяват вътрешнопредметните и междупредметните връзки.
10. Овладяване на научнопознавателни методи и идеи.
11. Утвърждаване на такива отношения между учителя и учениците, между самите ученици и между учениците и обществената среда, които да дават възможност за изявяване на личностните качества на всеки ученик и за формиране на гражданска позиция.
12. Приобщаване на математическото образование към европейските стандарти, запазвайки националните традиции.
13. Изграждане на навици за опазване на околната среда и собственото здраве.

## 5.5.2 Очаквани резултати и учебно съдържание (таблица)

Тема 1: Числови редици				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Функции. Измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Може да конструира числова редица по дадено правило.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Знае аритметична и геометрична прогресия, свойства, свързани с тях, и ги прилага в задачи.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Използва знанията за аритметична и за геометрична прогресия при решаване на теоретични и практически задачи.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>знае понятието числова редица, понятията, свързани с него, и начините за задаване на числови редици; монотонни числови редици;</li> <li>знае понятията аритметична и геометрична прогресия и понятията, свързани с тях: <ul style="list-style-type: none"> <li>знае формулите за общия член на аритметична и на геометрична прогресия;</li> <li>знае свойствата и признаците за аритметична и за геометрична прогресия и умее да ги използва;</li> <li>знае формулите за сумата от първите <math>n</math> члена на аритметична и на геометрична прогресия и умее да ги прилага.</li> </ul> </li> </ol>	<p>числова редица номер на член член на числова редица общ член на числова редица крайна числова редица безкрайна числова редица монотонна числова редица рекурентна зависимост аритметична прогресия разлика средноаритметично геометрична прогресия частно средногеометрично</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>усетят аналогията между аритметична и геометрична прогресия;</li> <li>прилагат знанията за прогресии при решаване на конкретни задачи от икономика, финанси и екология;</li> <li>усетят функционалната линия в математиката.</li> </ul>
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на понятията “за всяко”, “съществува”, “необходимо условие”, “достатъчно условие” и “необходимо и достатъчно условие”.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да образува на конкретно ниво отрицание на твърдение.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да аргументира умозаключения с твърдения от темата.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>разграничава твърденията от темата като необходими и достатъчни условия (права или обратна теорема) и умее да разграничава ситуацията, в които може да ги прилага;</li> <li>разбира употребата на кванторите “за всяко” и “съществува” при формулиране на твърдения;</li> <li>аргументирано използва отрицание на твърдение.</li> </ol>		
Моделiranje	<p><b>Стандарт 1:</b> Модела със системи уравнения от втора степен с две неизвестни.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да оценява съдържателно получен резултат и коректност на аргументи, изглеждащи убедително, и ги интерпретира.</p> <p><b>Стандарт 3:</b> Предвижда в определени рамки очакван резултат.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да моделира житейски ситуации със знания от темата.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>умее да намира прогресии по зададени елементи;</li> <li>знае понятието лихва и умее да използва формулите за проста и сложна лихва за моделиране на конкретни ситуации;</li> <li>умее съдържателно да интерпретира получен резултат;</li> <li>умее да оценява получен спрямо очакван резултат.</li> </ol>	<p>лихва проста лихва сложна лихва</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>се запознаят с понятията рента и погасителна вноска и с техни приложения.</li> </ul>
Тема 2: Статистика				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Вероятности и статистика	<p><b>Стандарт 1:</b> Познава механизмите за представяне на статистически данни от всекидневието.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да обработва, представя и анализира статистически данни.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>умее да регистрира, обработва и представя информация с различни средства;</li> <li>умее да разчита статистически данни, представени по различни начини;</li> <li>умее да получава и избира съответните средни стойности за анализ и представяне на данни.</li> </ol>	<p>статистически ред качествен признак количествен признак абсолютна честота (обем) относителна честота средноаритметично с тегло мода медиана таблица кръгова диаграма хистограма</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>работят с автентични данни от социологически, икономически, метеорологически и лабораторни изследвания;</li> <li>използват калкулатор или компютър при изчисленията от темата;</li> <li>формулират задачи, свързани с данни;</li> <li>събират, организират и представят подходящи данни в отговор на формулирани задачи;</li> <li>прилагат знанията в реални ситуации.</li> </ul>

Логически знания	<b>Стандарт 1:</b> Умее да преценява целесъобразност при избор в конкретна ситуация. <b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага целесъобразно статистически методи.	Ученикът: 1. разбира във всяко съждение, съдържащо средни, кой тип средна стойност е използвана; 2. подбира и използва подходящи статистически методи при обработка на данни; 3. оценява ефективността на представената информация.		
Моделиране	<b>Стандарт 1:</b> Оценява съдържателно получен резултат. <b>Очакван резултат:</b> Умее да анализира статистически данни.	Ученикът: 1. умее да сравнява и интерпретира обработена информация.		
<b>Тема 3: Тригонометрични функции</b>				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Функции. Измерване	<b>Стандарт 1:</b> Знае основните тригонометрични функции и основните тригонометрични тъждества. <b>Очакван резултат:</b> 1. Умее да преобразува тригонометрични изрази и да намира стойности на тригонометрични изрази. 2. Умее да намира стойности на аргумента за някои специални стойности на тригонометрични функции.	Ученикът: 1. знае тригонометричните функции синус, косинус, тангенс и котангенс на обобщен ъгъл; 2. умее да намира стойности на тригонометрични функции по дадени стойности на аргумента и обратно; 3. знае основните тригонометрични тъждества: - между стойностите на тригонометричните функции, за тригонометрични функции на един и същ ъгъл и на ъгли, различаващи се скратно на $90^\circ$ ; - за функции на сбор и разлика на два ъгъла; - за функции на удвоен ъгъл и на половината на даден ъгъл; - за сбор и произведение на тригонометрични функции; 4. умее да прилага основните тригонометрични тъждества при преобразуване на тригонометрични изрази и при намиране числена стойност на тригонометричен израз.	обобщен ъгъл радианна мярка функциите синус, косинус, тангенс, котангенс на обобщен ъгъл единична окръжност функционални стойности дефиниционно множество четна функция нечетна функция период периодична функция ос на тангенсите ос на котангенсите	На учениците трябва да се даде възможност да: • се запознаят с радианна мярка на ъгъл; • се запознаят с начини за намиране на стойности на тригонометрични функции на конкретни ъгли (например на ъгли с мярка $15^\circ$ и техни кратни); • извличат математическа информация чрез използване на тригонометричната окръжност.
Фигури и тела	<b>Стандарт 1:</b> Умее да решава произволен триъгълник. <b>Очакван резултат:</b> Умее да решава триъгълник чрез използване на метрични и тригонометрични зависимости.	Ученикът: 1. умее да доказва и използва тъждества, свързани с основни елементи на триъгълник; 2. умее да моделира със средствата на тригонометрията ситуации, свързани с решаване на триъгълник.		На учениците трябва да се даде възможност да: • правят пренос на знания при търсене и оценяване на решения и резултати; • се запознаят с начини за пресмятане стойности на тригонометрични функции (таблицы, калкулатори).
Логически знания	<b>Стандарт 1:</b> Умее да образува на конкретно ниво отрицание на твърдение. <b>Стандарт 2:</b> Умее дад преценява вярност, рационалност и целесъобразност при избор в конкретна ситуация. <b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага логическите знания в ситуации, свързани с темата.	Ученикът: 1. умее да образува отрицание на твърдения, съдържателно свързани с темата; 2. умее да преценява рационалност и целесъобразност при избор на методи и средства за решаване на триъгълник.		

## 5.6 Учебна програма - XII клас, първо равнище

### 5.6.1 Цели на обучението по математика в XII клас

- Усвояване на знания, свързани с взаимни положения на точки, прави и равнини в пространството, релациите “успоредност”, “перпендикулярност” и изображението “ортогонално проектиране”.

- Усвояване на знания за понятието многостен, за някои видове многостени и техните елементи, знания за лица на повърхнини и обеми на изучените многостени и формиране на умения за прилагането им.
- Усвояване на знания за някои видове ротационни тела, елементите им, лица на повърхнини и обеми и формиране на умения за приложението им.
- Обобщаване на знанията за изучените числови множества.
- Обобщаване на знанията за изучените функции, техни свойства и приложения.
- Разширяване на знанията за уравнения и неравенства.
- Задълбочаване логическите знания и умения и усвояване на математически език.
- Усвояване на приложения на придобити знания чрез разширяване на вътрешнопредметните и междупредметните връзки.
- Овладяване на научно-познавателни методи.
- Приобщаване на математическото образование към европейските стандарти, запазването на националните традиции.

### 5.6.2 Очаквани резултати и учебно съдържание (таблица)

Тема 1: Стереометрия				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Фигури и тела	<p><b>Стандарт 1:</b> Знае взаимните положения на точки, прави и равнини в пространството. <b>Очакван резултат:</b> Умее да обосновава взаимните положения между елементи и в изучаваните тела.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Умее да решава: правоъгълен триъгълник; произволен триъгълник. <b>Очакван резултат:</b> Умее да намира елементи на изучаваните тела.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. знае: - взаимни положения на точки, прави и равнини в пространството; - релациите “успоредност”, “перпендикулярност” и изобразението “ортогонално проектиране” в пространството; - понятието многостен; - многостените призма, пирамида, пресечена пирамида - понятието ротационно тяло; - ротационните тела цилиндър, конус, пресечен конус, сфера, кълбо и техните елементи.</p>	<p>успоредни прави успоредни равнини успоредни права и равнина перпендикулярни прави перпендикулярни равнини перпендикулярни права и равнина разстояние между точка и равнина разстояние между успоредни равнини кръстосани прави пресекателни равнини пресечница пресекателни права и равнина</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• правят пренос по аналогия на знания и умения от равнината в пространството;</li> <li>• работят с реални данни, описващи съвременни практически ситуации;</li> <li>• използват калкулатори при изчисленията от темата;</li> <li>• работят с математически справочници.</li> </ul>
Функции и измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да намира лица на повърхнина и обем на многостен и ротационни тела. <b>Очакван резултат:</b> Умее да намира лице на повърхнина и обем на изучаваните тела по зададени техни елементи.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. знае формулите за лице на повърхнина и обем на изучените тела и умее да ги прилага.</p>	<p>пробод ъгъл между две прави ъгъл между права и равнина двустенен ъгъл линеен ъгъл за двустенен ъгъл ортогонално проектиране</p>	
Логически знания	<p><b>Стандарт 1:</b> Разбира на конкретно ниво смисъла на понятията “за всяко”, “съществува”, “необходимо условие”, “достатъчно условие”. <b>Стандарт 2:</b> Умее да образува на конкретно ниво отрицание на твърдение. <b>Стандарт 3:</b> Има представа от аксиоматично изграждане на знанията в планиметрията и стереометрията. <b>Очакван резултат:</b> 1. Умее теоритично да обосновава получени твърдения и резултати. 2. Умее да декомпозира стереометрична задача на отделни планиметрични задачи.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. разграничава твърденията от темата като необходими и като достатъчни условия и умее да разграничава ситуациите, в които може да ги прилага; 2. аргументирано използва отрицание на твърдение; 3. има представа за аксиоматичното изграждане на стереометрията; 4. умее да открива равнинни задачи като компоненти при решаване на стереометрични задачи.</p>	<p>проекция проекционна равнина перпендикулар и наклонена многостен диагонално сечение успоредно сечение ос на въртене осно сечение цилиндрична повърхнина конична повърхнина сферична повърхнина</p>	
Моделиране	<p><b>Стандарт 1:</b> Оценява съдържателно получен резултат и коректност на аргументи, изглеждащи убедително, и ги интерпретира. <b>Очакван резултат:</b> Умее да прилага придобитите знания за моделиране на практико-приложни задачи.</p>	<p>Ученикът:</p> <p>1. умее да анализира, интерпретира и оценява получен при моделирането резултат.</p>		

Тема 2: Числа				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Има представа за реални числа и изобразяването им върху реалната права.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Знае понятията степен и логаритъм и техните основни свойства.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Знае понятията степен и логаритъм и умее да прилага свойствата им.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>знае: <ul style="list-style-type: none"> <li>принципа за перманентност при последователното разширение на числовите множества;</li> <li>множеството на естествените числа;</li> <li>множеството на целите числа;</li> <li>множеството на рационалните числа;</li> <li>множеството на реалните числа;</li> </ul> </li> <li>знае операциите, техните свойства и релациите в изучените множества;</li> <li>умее да извършва пресмятания с определена точност автентични данни;</li> <li>знае свойствата на логаритмите;</li> <li>умее да прилага свойствата на степените и логаритмите при преобразуване на изрази.</li> </ol>		<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>записват рационално число като обикновена дроб или като десетична (крайна или безкрайна) дроб;</li> <li>пресмятат приближена стойност на изрази с помощта на калкулатор;</li> <li>се запознаят с исторически сведения по темата;</li> <li>се информират и за други разширения на числовите множества;</li> <li>се запознаят с Неперовото число и приложението му във финансите и др.;</li> <li>използват знанията си за логаритми при пресмятане на числови изрази чрез калкулатор.</li> </ul>
Тема 3: Уравнения и неравенства				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Числа. Алгебра	<p><b>Стандарт 1:</b> Решава рационални уравнения с и без параметър, свеждащи се до линейни и квадратни, и прилага формулите за връзка между корени и коефициенти на квадратно уравнение.</p> <p><b>Стандарт 2:</b> Решава рационални неравенства с и без параметър.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да намира стойности на параметър при определени условия за решенията на уравнение и неравенство.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>умее да: <ul style="list-style-type: none"> <li>решава параметрични линейни уравнения и неравенства;</li> <li>параметрични квадратни уравнения;</li> <li>определя броя на корените на квадратното уравнение и знаците им в зависимост от стойностите на параметъра;</li> <li>определя стойности на параметър, за които квадратният тричлен приема само положителни (неотрицателни) стойности за всяка реална стойност на променливата.</li> </ul> </li> </ol>		<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>се запознаят с различни приложения на знанията за параметрични уравнения и неравенства.</li> </ul>
Тема 4: Функции				
Ядра	Очаквани резултати на ниво учебна програма	Очаквани резултати по теми	Основни нови понятия	Контекст и дейности
Функции. Измерване	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да представя графично и таблично квадратна функция с рационални коефициенти, зададена аналитично, и да прилага свойствата ѝ.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да построява графики на изучени функции и да извлича информация от графика на функция.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>знае понятието функция и начини за задаване;</li> <li>умее за изучени функции да намира функционална стойност, стойност на аргумент, да установява принадлежност на точка към графика;</li> <li>умее да построява графики на линейна функция, квадратна функция и основните тригонометрични функции;</li> <li>умее да определя свойства на функция по зададена графика;</li> <li>осмисля връзката между графика на функция и решения на уравнение и неравенство;</li> <li>умее да намира най-голяма и най-малка стойност на изучени функции в зададен интервал.</li> </ol>	<p>синусоида косинусоида тангенсоида котангенсоида</p>	<p>На учениците трябва да се даде възможност да:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>се запознаят с графики на различни функции и други съответствия, илюстриращи процеси от икономиката, статистиката и други области;</li> <li>намерят лица на фигури, получени при пресичане на графики на функции;</li> <li>се запознаят с приложението на резултатите от решаването на екстремални задачи в различни практически ситуации;</li> <li>построяват графики на изучени функции, дефинирани в различни числови множества.</li> </ul>
Моделиране	<p><b>Стандарт 1:</b> Умее да моделира с линейна или квадратна функция.</p> <p><b>Очакван резултат:</b> Умее да намира екстремални стойности.</p>	<p>Ученикът:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>умее да решава екстремални задачи чрез моделиране с линейна и квадратна функция с указан аргумент.</li> </ol>		

## 5.7 Примерно разпределение на материала за VIII-XII клас

## 5.7.1 Примерно разпределение на материала за VIII клас

Тема	Брой часове	Забележка
1. Цели изрази	1	обобщение
2. Уравнения	1	обобщение
3. Неравенства	1	обобщение
4. Еднакви триъгълници	1	обобщение
5. Успоредник, трапец	1	обобщение
6. Триъгълници и четириъгълници	1	обобщение
7. Можем ли сами (Тест входно ниво)	1	тест
8. Иррационални числа. Квадратен корен	1	нови знания
9. Свойства на коренуването	1	нови знания
10.-11. Упражнение	1	упражнение
12. Преобразуване на изрази	1	упражнение
13.-14. Дотук знаем	1	обобщение
15. Квадратно уравнение. Непълни квадратни уравнения	1	нови знания
16. Формула за корените на квадратното уравнение	1	нови знания
17.-18. Упражнение	1	упражнение
19. Уравнения, свеждащи се до квадратни чрез полагане	1	нови знания
20. Приложения на квадратните уравнения	1	упражнение
21. Задачи, които се решават с помощта на квадратни уравнения	1	нови знания
22.-23. Дотук знаем	1	обобщение
24. Можем ли сами	1	тест
25. Вектор	1	нови знания
26. Събиране и изваждане на вектори	1	нови знания
27. Умножение на вектор с число	1	нови знания
28. Упражнение	1	упражнение
29. Делене на отсечка в дадено отношение	1	нови знания
30. Средна отсечка в триъгълник	1	нови знания
31.-32. Упражнение	1	упражнение
33. Медицентър на триъгълник	1	нови знания
34.-35. Упражнение	1	упражнение
36.-37. Средна основа на трапец	1	нови знания
38.-39. Дотук знаем	1	обобщение
40. Можем ли сами	1	тест
41. Координатна система (преговор)	1	обобщение
42. Функционална зависимост	1	нови знания
43. Таблично и графично задаване на функции	1	нови знания
44. Права пропорционалност	1	нови знания
45. Графика на права пропорционалност	1	нови знания
46. Обратна пропорционалност. Графика	1	нови знания
Подготовка за класна работа	1	обобщение
Класна работа	1	тест
47. Линейна функция. Графика	1	нови знания
48.-49. Упражнение	1	упражнение



50. Взаимно положение на графики на линейни функции	1	нови знания
51. Графика на функцията $y = ax^2$	1	нови знания
52. Графики на някои функции	1	нови знания
53. Графично представяне на решенията на уравнение	1	нови знания
54.-55. Дотук знаем	1	обобщение
57. Осева симетрия	1	нови знания
58. Свойства на осевата симетрия	1	нови знания
59. Ротация	1	нови знания
60. Свойства на ротацията	1	нови знания
61. Централна симетрия	1	нови знания
62. Транслация. Еднаквости	1	нови знания
63.-64. Дотук знаем	1	обобщение
65. Уравнения от първа степен с две неизвестни	1	нови знания
66. Системи линейни уравнения с две неизвестни. Решаване чрез заместване	1	нови знания
67. Изследване на решенията на система линейни уравнения	1	нови знания
68. Графично представяне на решенията на системи линейни уравнения	1	нови знания
69. Решаване на системи линейни уравнения чрез събиране	1	нови знания
70.-71. Упражнение	1	упражнение
72. Параметрични системи линейни уравнения с две неизвестни	1	нови знания
73. Задачи, които се решават чрез системи линейни уравнения	1	нови знания
74.-75. Дотук знаем	1	обобщение
76. Системи линейни неравенства с едно неизвестно	1	нови знания
77. Приложение на системи линейни неравенства	1	нови знания
78. Неравенства $ ax + b  < c$ и $ ax + b  > c$	1	нови знания
79. Използване на графики на функции при решаване на неравенства	1	нови знания
80.-81. Дотук знаем	1	обобщение
82. Можем ли сами	1	тест
83. Окръжност. Допирателни	1	нови знания
84. Диаметри и хорди в окръжност	1	нови знания
85. Взаимно положение на две окръжности	1	нови знания
86. Дъга от окръжност. Централен ъгъл	1	нови знания
87. Вписан ъгъл	1	нови знания
88.-89. Упражнение	1	упражнение
90. Периферен ъгъл	1	нови знания
91.-92. Упражнение	1	упражнение
93. Тъгли, чиито рамене пресичат окръжност	1	нови знания
94.-95. Упражнение	1	упражнение
96. Окръжност, описана около триъгълник	1	нови знания
97. Упражнение	1	упражнение
98. Вписана окръжност	1	нови знания
99. Външно вписани окръжности	1	обобщение
100.-101. Упражнение	1	упражнение
102. Ортоцентър. Забележителни точки в триъгълника	1	нови знания

103. Четириъгълник, вписан в окръжност	1	нови знания
104. Упражнение	1	упражнение
105. Четириъгълник, описан около окръжност	1	нови знания
106.-107. Дотук знаем	1	обобщение
108. Можем ли сами	1	тест
109. Геометрично място на точки	1	нови знания
110. Геометрично място на точки, от които дадена отсечка се вижда под даден ъгъл	1	нови знания
111. Построяване на допирателна към окръжност. Общи допирателни на две окръжности	1	нови знания
112. Приложение на геометричните места на точки	1	нови знания
113.-114. Упражнение	1	упражнение
Подготовка за класна работа	1	обобщение
Класна работа	1	тест
115. Квадратно уравнение	2	обобщение
116. Функции	1	обобщение
117. Системи уравнения и неравенства	2	обобщение
118. Окръжност и ъгъл	2	обобщение
119. Забележителни точки в триъгълника	1	обобщение
120. Вписани и описани четириъгълници	1	обобщение
121. Можем ли сами	2	тест

## 5.7.2 Примерно разпределение на материала за IX клас

Тема	Брой часове	Забележка
1. Начален преговор	4	упражнение
2. Входно ниво	1	тест
3. Рационални и ирационални числа	1	упражнение
4. Квадратен корен	1	упражнение
5. Пресмятане на квадратни корени	1	упражнение
6. Изнасяне на множител пред корен и внасяне на множител под корен	2	1 н.зн. + 1 упр.
7. Квадратно уравнение - преговор. Решаване на квадратно уравнение	3	упражнение
8. Разлагане на квадратния тричлен на множители	2	1 н.зн. + 1 упр.
9. Рационални уравнения	3	1 н.зн. + 2 упр.
10. Решаване на уравнения от по-висока степен чрез разлагане	2	1 н.зн. + 1 упр.
11. Решаване на квадратни уравнения чрез полагане. Биквадратно уравнение	2	1 н.зн. + 1 упр.
12. Рационални уравнения - обобщение	1	упражнение
13. Рационални уравнения - контролна работа	1	тест
14. Формули на Виет	2	1 н.зн. + 1 упр.
15. Приложение на формулите на Виет	3	1 н.зн. + 2 упр.
16. Задачи, които се решават с помощта на квадратно уравнение	2	1 н.зн. + 1 упр.

17. Рационални уравнения - приложение	1	упражнение
18. Квадратно уравнение - общи задачи	2	упражнение
19. Квадратни уравнения - контролна работа	1	тест
20. Системи линейни уравнения	1	упражнение
21. Системи уравнения от втора степен чрез заместване	2	1 н.зн. + 1 упр.
22. Подготовка за класна работа	1	упражнение
23. Класна работа	1	тест
24. Анализ на класна работа	1	упражнение
25. Решаване на системи уравнения от втора степен чрез събиране	2	1 н.зн. + 1 упр.
26. Решаване на системи чрез полагане	2	1 н.зн. + 1 упр.
27. Задачи, които водят до решаване на системи	1	упражнение
28. Системи уравнения от втора степен с две неизвестни	3	упражнение
29. Системи уравнения от втора степен с две неизвестни - контролна работа	1	тест
30. Ирационални изрази - опростяване, определяне на ДМ	2	1 н.зн. + 1 упр.
31. Рационализиране на знаменател	2	1 н.зн. + 1 упр.
32. Преобразуване на ирационални изрази	2	упражнение
33. Ирационални изрази - обобщение	1	упражнение
34. Ирационални изрази - контролна работа	1	тест
35. Ирационални уравнения с един радикал	2	1 н.зн. + 1 упр.
36. Ирационални уравнения с два радикала	2	1 н.зн. + 1 упр.
37. Решаване на ирационални уравнения чрез полагане	2	1 н.зн. + 1 упр.
38. Ирационални уравнения - обобщение	2	упражнение
39. Ирационални уравнения - контролна работа	1	тест
40. Пропорционални отсечки. Теорема на Талес	2	1 н.зн. + 1 упр.
41. Свойство на ъглополовящата в триъгълника	2	1 н.зн. + 1 упр.
42. Свойство на ъглополовящата и теорема на Талес - общи задачи	2	упражнение
43. Подобни триъгълници. Първи признак за подобност на триъгълници	2	1 н.зн. + 1 упр.
44. Втори и трети признак за подобност на триъгълници	2	1 н.зн. + 1 упр.
45. Зависимост между съответните елементи на подобни триъгълници	2	1 н.зн. + 1 упр.
46. Зависимост между лицата на подобните триъгълници	2	1 н.зн. + 1 упр.
47. Подобие - общи задачи	1	упражнение
48. Подобие - контролна работа	1	тест
49. Метрични зависимости в правоъгълен триъгълник. Питагорова теорема	3	1 н.зн. + 2 упр.
50. Решаване на правоъгълен триъгълник	2	1 н.зн. + 1 упр.
51. Решаване на равнобедрен триъгълник и равнобедрен трапец	4	1 н.зн./ + 3 упр.
52. Подготовка за класна работа	1	упражнение
53. Класна работа	1	тест
54. Анализ на класна работа	1	упражнение
55. Тригонометрични функции на остър ъгъл	2	1 н.зн. + 1 упр.

56. Свойства на тригонометрични функции	2	1 н.зн. + 1 упр.
57. Приложение на тригонометричните функции	3	1 н.зн. + 2 упр.
58. Правоъгълен триъгълник - общи задачи	2	упражнение
59. Изходно ниво	1	тест
60. Годишен преговор	3	упражнение

### 5.7.3 Примерно разпределение на материала за X клас

Тема	Брой часове	Забележка
1. Реални числа - действия	4	упражнение
2. Тест - входно ниво	1	тест
3. Функция	1	упражнение
4. Квадратна функция - определение, графика, свойства	4	1 н.зн. + 3 упр.
5. Квадратни неравенства	3	1 н.зн. + 2 упр.
6. Неравенства от по-висока степен	4	1 н.зн. + 3 упр.
7. Дробни неравенства	4	1 н.зн. + 3 упр.
8. Неравенства	3	2 н.зн. + 1 упр.
9. Корен $n$ -ти - свойства	3	1 н.зн. + 2 упр.
10. Преобразуване на ирационални изрази	5	1 н.зн. + 4 упр.
11. Степен с рационален показател	4	1 н.зн. + 3 упр.
12. Преобразуване на изрази, съдържащи степени	4	1 н.зн. + 3 упр.
13. Логаритъм	5	1 н.зн. + 4 упр.
14. Преобразуване на изрази	3	упражнение
15. Класна работа	1	тест
16. Тригонометрични функции на ъгли от $0^\circ$ до $180^\circ$	1	нови знания
17. Пресмятане на тригонометрични изрази	6	2 н.зн. + 4 упр.
18. Синусова теорема	3	1 н.зн. + 2 упр.
19. Косинусова теорема	3	1 н.зн. + 2 упр.
20. Синусова и косинусова теореми - решаване на триъгълник	3	1 н.зн. + 2 упр.
21. Намиране елементи на триъгълник	3	1 н.зн. + 2 упр.
22. Намиране елементи на успоредник и трапец	2	1 н.зн. + 1 упр.
23. Намиране елементи на триъгълник, успоредник и трапец	3	2 упр. + 1 тест
24. Формули за намиране лице на триъгълник	4	1 н.зн. + 3 упр.
25. Лице на четириъгълник и правилен многоъгълник	3	1 н.зн. + 2 упр.
26. Лица	2	1 упр. + 1 тест
27. Съединения. Правила за събиране и умножение	2	1 н.зн. + 1 упр.
28. Пермутация, вариация, комбинация	4	1 н.зн. + 3 упр.
29. Класическа вероятност	3	1 н.зн. + 2 упр.
30. Съединения, класическа вероятност	2	упражнение

31. Класна работа, изходно ниво	1	тест
32. Числа	3	упражнение
33. Общи задачи	4	упражнение

#### 5.7.4 Примерно разпределение на материала за XI клас

Тема	Брой часове	Забележка
1. Преговор	3	упражнение
2. Входно ниво	1	тест
3. Числова редица. Определения	3	1 н.зн. + 2 упр.
4. Аритметична прогресия	3	1 н.зн. + 2 упр.
5. Геометрична прогресия	3	1 н.зн. + 2 упр.
6. Лихва, кредит, рента	3	1 н.зн. + 2 упр.
7. Допълнение към числови редици	1	упражнение
8. Контролно - тест	1	тест
9. Основни понятия в статистиката. Предмет на статистиката	2	1 н.зн. + 1 упр.
10. Теоритични основи на статистиката	2	1 н.зн. + 1 упр.
11. Статистическо разпределение на извадка. Статистически редове	2	1 н.зн. + 1 упр.
12. Емпирична функция на разпределение	1	нови знания
13. Полигон, хистограма, диаграма	2	1 н.зн. + 1 упр.
14. Средни статистически величини. Дисперсия, медiana, мода	3	1 н.зн. + 2 упр.
15. Статистически оценки	2	1 н.зн. + 1 упр.
16. Допълнения към Статистика	1	упражнение
17. Контролно - тест - класно	1	тест
18. Тригонометрични функции на ъгли от $0^\circ$ до $180^\circ$	2	упражнение
19. Обобщен ъгъл	2	1 н.зн. + 1 упр.
20. Тригонометрични функции на обобщен ъгъл	3	1 н.зн. + 2 упр.
21. Основни тригонометрични твърдения на ъгли, различаващи се с кратно на $90^\circ$	3	1 н.зн. + 1 упр. + 1 тест
22. Изменение на тригонометричните функции. Периодичност	5	2 н.зн. + 3 упр.
23. Тригонометрични функции на реален аргумент. Основни твърдения на един и същи ъгъл. Четност и нечетност	5	3 н.зн. + 2 упр.
24. Основни тригонометрични твърдения за сбор и разлика от два ъгъла	3	1 н.зн. + 2 упр.
25. Функции на удвоен ъгъл и половината от даден ъгъл	3	1 н.зн. + 2 упр.
26. Числена стойност на тригонометричен израз	2	1 н.зн. + 1 упр.
27. Преобразуване на сбор или разлика от тригонометрични функции в произведение и обратно	2	1 н.зн. + 1 упр.
28. Преобразуване на тригонометрични изрази	2	1 н.зн. + 1 упр.
29. Решаване на триъгълник. Твърдения, свързани с триъгълник	3	1 н.зн. + 2 упр.

30. Допълнение към тригонометрични функции	2	1 н.зн. + 1 упр.
31. Контролно - тест	1	тест

### 5.7.5 Примерно разпределение на материала за XII клас

Тема	Брой часове	Забележка
1. Преговор	2	упражнение
2. Входно ниво	1	тест
3. Прави в пространството. Взаимни положения на две прави	2	1 н.зн. + 1 упр.
4. Права и равнина. Взаимни положения на права и равнина в пространството	1	нови знания
5. Взаимно положение на две равнини в пространството. Ъгъл между две равнини	3	1 н.зн. + 2 упр.
6. Перпендикулярност на права и равнина	3	1 н.зн. + 2 упр.
7. Ъгъл между права и равнина. Теорема за трите перпендикуляра	3	1 н.зн. + 2 упр.
8. Двустенен ъгъл	3	1 н.зн. + 2 упр.
9. Многостен. Призма	3	1 н.зн. + 2 упр.
10. Пирамида. Пресечена пирамида	2	1 н.зн. + 1 упр.
11. Цилиндър	3	1 н.зн. + 2 упр.
12. Конус. Пресечен конус	2	1 н.зн. + 1 упр.
13. Сфера. Кълбо	3	1 н.зн. + 2 упр.
14. Стереометрия - обобщение	2	упражнение
15. Контролно - тест	1	тест
16. Числови системи	2	1 н.зн. + 1 упр.
17. Степенуване и логаритмуване	3	1н.зн+1упр+1тест
18. Линейни уравнения и неравенства	2	1 н.зн. + 1 упр.
19. Квадратни уравнения и неравенства	2	1 н.зн. + 1 упр.
20. Свойства на функциите. Линейна функция	3	1 н.зн. + 2 упр.
21. Квадратна функция	2	1 н.зн. + 1 упр.
22. Тригонометрични функции	3	1 н.зн. + 2 упр.
23. Екстремални задачи	3	1 н.зн. + 2 упр.
24. Общи задачи от функции	1	упражнение
25. Контролно - тест	1	тест
26. Годишен преговор	2	упражнение